

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ СМЕСИ РАЗНОПРОЧНЫХ КОМПОНЕНТОВ

В.П. Жуков, Д.А. Осипов, H. Otwinowski, D. Urbaniak

Владимир Павлович Жуков *, Дмитрий Андреевич Осипов

Кафедра прикладной математики, Ивановский государственный энергетический университет, ул. Рабфаковская, 34, Иваново, Российская Федерация, 153003

E-mail: zhukov-home@yandex.ru *

Henryk Otwinowski, Dariusz Urbaniak

Czestochowa University of Technology, al. Armii Krajowej, 21, 42-201, Czestochowa, Poland

E-mail: otwinowski@imc.pcz.czest.pl

Совместное измельчение компонентов разной прочности приводит к тому, что частицы более прочного компонента после измельчения оказываются более крупными по сравнению с частицами менее прочного компонента смеси. Классификация частиц такой смеси по крупности позволяет обогатить целевым компонентом готовый продукт. Обоснованный выбор технологических условий для эффективного разделения смеси разнопрочных компонентов является актуальной задачей, стоящей перед химической и смежными отраслями промышленности. Расчетные исследования проводились в рамках концепции моделирования химических процессов на основе дискретных аналогов уравнения Больцмана. Для выполнения экспериментальных исследований разработана специальная программа проведения и обработки опытных данных, полученных на лабораторной помольной установке со струйной мельницей кипящего слоя. В ходе теоретических исследований предложена модель для описания кинетики измельчения каждого компонента смеси, что позволяет оценивать эффективность обогащения готового продукта целевым компонентом. Разработан метод решения уравнений модели селективного измельчения и алгоритм его компьютерной реализации. В ходе экспериментальных исследований получены результаты измельчения бинарной смеси компонентов при различном их содержании в загрузке струйной мельницы кипящего слоя. По полученным результатам раздельного измельчения компонентов смеси выполнена идентификация модели, в ходе которой определены параметры, характеризующие прочностные свойства каждого компонента. Проверка адекватности модели выполнена по результатам совместного измельчения компонентов смеси при разном содержании в ней исследуемых компонентов. Опытные данные, используемые для проверки адекватности, не были использованы при проведении идентификации модели. На основании сопоставления результатов расчетных и экспериментальных исследований показана адекватность предложенного математического описания и возможность с его помощью проведения оценки эффективности разделения компонентов смеси. Проведенные исследования позволили развить концепцию моделирования химических процессов на основе дискретных аналогов уравнения Больцмана на случай описания селективного измельчения смеси разнопрочных компонентов. Проведенный расчетный анализ показал, что модель с приемлемой для инженерных расчетов точностью описывает процесс селективного измельчения смеси разнопрочных компонентов, что позволяет проводить практическую оценку возможности обогащения любых компонентов и определять оптимальные технологические условия проведения процесса разделения данных компонентов.

Ключевые слова: сыпучий материал, смесь разнопрочных компонентов, селективное измельчение, струйная мельница кипящего слоя, математическая модель, уравнение Больцмана, идентификация, разделение

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF MIXTURE GRINDING OF MATERIALS WITH DIFFERENT STRENGTHS

V.P. Zhukov, D.A. Osipov, H. Otwinowski, D. Urbaniak

Vladimir P. Zhukov *, Dmitriy A. Osipov

Department of Applied Mathematics, Ivanovo State Power Engineering University, Rabfakovskaya st., 34, Ivanovo, 153003, Russia

E-mail: zhukov-home@yandex.ru *

Henryk Otwinowski, Dariusz Urbaniak

Czestochowa University of Technology, al. Armii Krajowej, 21, 42-201, Czestochowa, Poland

E-mail: otwinowski@imc.pcz.czyst.pl

At joint grinding of components with different strength the particles of more strong material are of larger size than the particles of less strong material. The size classification of such mixture allows enriching the objective component in the end product. The scientifically grounded choice of technological conditions for effective separation of a mixture of materials of different strength is an actual problem for chemical and other industries. The computational research was done using the conception of chemical processes modeling based on the discrete analogues of the Boltzmann equation. A special program for experimentations and experimental data treatment obtained at a lab-scale fluidized bed jet mill was developed. A model to describe the grinding kinetics for each component of a mixture was developed. It allows estimating the efficiency of enrichment of the end product by the objective component. A method to solve the equations of the selective model of grinding and the computer algorithm for its realization was developed as well. The experimental data on grinding of binary mixture of components at their different content in the fluidized bed jet mill hold-up were obtained. These data were used to identify the model with respect to the parameters that characterized the grindability of each component. The model adequacy was checked using the data on joint grinding of mixtures with different content of components. These data were not used for the model identification. Comparison of calculated and experimental data showed the model adequacy and possibility of its usage to estimate the efficiency of components separation. The investigation allowed generalizing the conceptions of chemical processes modeling based on the discrete analogues of the Boltzmann equation to the case of selective grinding of a mixture of components with different strength. The computational analysis showed that the model allowed describing the process with acceptable for engineering practice accuracy, practical estimating the possibility of components enrichment and defining the optimal technological conditions for their separation.

Key words: granular material, mixture of components with different strength, selective grinding, fluidized bed jet mill, mathematical model, Boltzmann equation, identification, separation

Для цитирования:

Жуков В.П., Осипов Д.А., Отвиновски Н., Урбаниак Д. Расчетно-экспериментальные исследования измельчения смеси разнопрочных компонентов. *Иzv. вузов. Химия и хим. технология.* 2017. Т. 60. Вып. 6. С. 109–115.

For citation:

Zhukov V.P., Osipov D.A., Otwinowski H., Urbaniak D. Numerical and experimental study of mixture grinding of materials with different strengths. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2017. V. 60. N 6. P. 109–115.

ВВЕДЕНИЕ

Различная прочность компонентов смеси приводит к тому, что после измельчения частицы более прочного компонента оказываются более

крупными по сравнению с частицами менее прочного компонента смеси. Классификация частиц такой смеси по крупности позволит обогатить готовый продукт целевым компонентом. Обоснован-

ный выбор оптимальных условий для эффективного разделения смеси разнопрочных компонентов является актуальной задачей, стоящей перед химической, строительной и смежными отраслями промышленности.

Целью данного исследования является разработка математического описания процесса селективного измельчения смеси разнопрочных материалов для определения путей и условий их эффективного разделения.

Для достижения поставленной цели последовательно решаются следующие задачи:

- разработка математической модели селективного измельчения на основе дискретных аналогов уравнения Больцмана;
- проведение экспериментальных исследований измельчения смеси разнопрочных компонентов в струйной мельнице кипящего слоя;
- идентификация разработанной математической модели с использованием полученных экспериментальных результатов;
- выполнение расчетных исследований процесса селективного измельчения в струйной мельнице кипящего слоя как для проверки адекватности модели, так и для оценки эффективности обогащения смеси разнопрочных компонентов.

Предметом исследования является процесс селективного измельчения разнопрочных компонентов, объектом исследования – струйная мельница кипящего слоя, в которой эти процессы реализуются.

Выбор в качестве объекта исследования струйных мельниц кипящего слоя [1-4] объясняется, с одной стороны, их широким использованием во многих отраслях промышленности, а, с другой стороны, возможностью совмещения в данном аппарате как измельчения компонентов смеси, так и классификации разрушенных частиц по крупности для их эффективного разделения.

На рис. 1а представлена фотография лабораторной установки с исследуемой струйной мельницей кипящего слоя [2]. Схема организации подвода в мельницу и отвода из нее потоков газа и измельчаемого материала приведена на рис. 1б. Исходная смесь разнопрочных компонентов (П) и воздух (В) подаются в размольную камеру в таком соотношении, которое обеспечивает формирование в размольной камере кипящего слоя. За счет столкновения частиц между собой и со стенками аппарата происходит их измельчение. Измельченные частицы разной крупности выносятся потоком воздуха из слоя в гравитационную ступень классификатора, которая расположена над кипящим слоем. После гравитационной классификации

крупные зерна возвращаются в слой, а мелкие частицы выносятся воздухом в следующую, центробежную ступень классификатора. В рамках данного исследования помольной установки, работающей в периодическом режиме, центробежная ступень классификации при моделировании не учитывается, так как практически весь материал после этой ступени возвращается в кипящий слой.

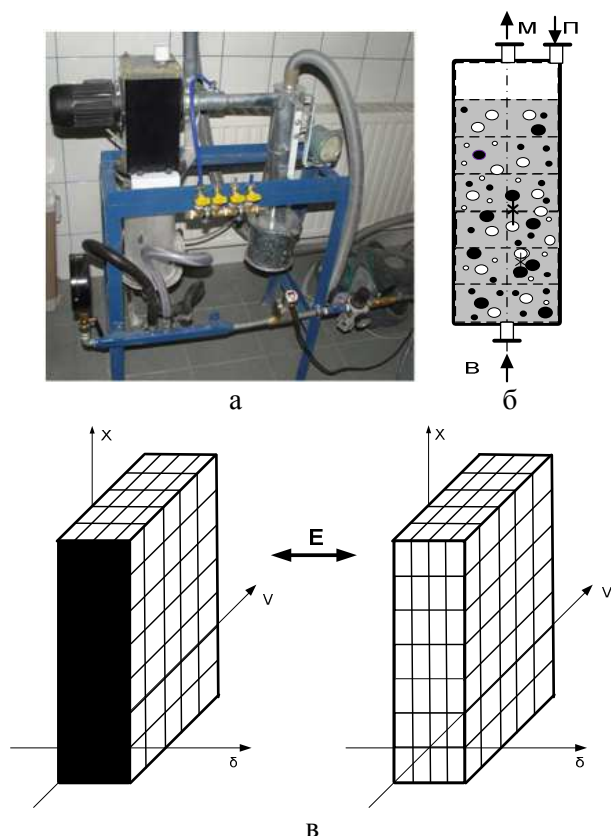


Рис. 1. Фотография лабораторной установки со струйной мельницей кипящего слоя (а), модельное представление измельчения частиц разнопрочных компонентов смеси в кипящем слое (б) и структура расчетного пространства для описания измельчения компонентов смеси в мельнице кипящего слоя (в) (В–подача воздуха, П–подача исходного продукта, М–выход с воздухом мелкого продукта разделения)

Fig. 1. Photo of laboratory setup with a fluidized bed jet mill (a), model presentation of grinding of particles of different strength in a fluidized bed (b), the structure of the phase space for separate grinding to describe each component of the mixture (v) (B – air supply, П – feed to the mill, М – fine and air)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Для описания кинетики селективного измельчения и оценки эффективности обогащения целевого продукта разработана математическая модель, построенная на основе кинетического уравнения Больцмана [5], которое в последнее время широко используется для описания различных процессов в химической инженерии [5-6]:

$$f'_t + (v_k f)_{x_k}' + (a_k f)_{v_k}' = (f_c)_{t_k}', \quad (k=1, 2, 3), \quad (1)$$

где f – искомая плотность распределения вещества по расчетному пространству, a – ускорение, v – скорость, f_c – источниковый член уравнения, описывающий внешние потоки и переходы частиц между фракциями при измельчении, повторение индекса « k » в слагаемых левой части показывает суммирование по этому индексу.

Для решения уравнения (1) используется ранее разработанный матричный метод [7], в котором непрерывная плотность распределения вещества заменяется дискретным ее представлением по выделенным ячейкам расчетного пространства. Многомерное расчетное пространство для этого преобразуется в одномерную цепь ячеек, искомая плотность распределения вещества по ячейкам представляется одномерным вектором $f = \{f_i\}$, где индекс i показывает номер элемента. Указывая для каждой ячейки адреса ячеек, в которые возможен переход, и вероятности этих переходов p_{ij} , эволюция состояния системы во времени описывается выражением

$$f_i^{k_1+1} = \sum_j p_{ij} f_j^{k_1}, \quad (2)$$

где k_1 – номер шага по времени.

При построении модели селективного измельчения смеси разнопрочных компонентов искомая плотность определяется отдельно для каждого компонента. Для иллюстрации принципов построения модели на рис. 1б частицы разных компонентов смеси показаны разным тоном. При движении частиц в кипящем слое происходит их столкновение и обмен энергией при каждом таком столкновении. Предложенный механизм описания взаимодействия частиц компонентов проиллюстрирован на рис. 1в, где для двух компонентов смеси показаны два расчетных пространства, между которыми стрелками указана возможность обмена энергией (E). В качестве определяющих координат для описания процессов в размольной камере выбраны размер частиц δ , скорость движения частиц v и высота положения частиц в слое x . Использование при моделировании двух отдельных трехмерных расчетных пространств означает по существу введение в расчетное пространство новой, четвертой координаты, вдоль которой в рассматриваемом случае откладывается номер компонента смеси.

В рамках разработанного ранее метода моделирования на основе дискретных моделей уравнений Больцмана [7] для проведения расчетов согласно (2) необходимо определить вероятности перехода вещества между ячейками выбранного расчетного пространства. Рассмотрим порядок определения этих вероятностей для процесса селективного измельчения в размольной камере.

Существующие модели селективного измельчения [8-9] позволяют описывать измельчение только одного компонента. При измельчении двух компонентов моделируется, как правило, их раздельное и независимое друг от друга измельчение. Такое независимое описание измельчения для каждого компонента приводит [8] к существенной погрешности в результатах расчета. Для учета взаимного влияния одного компонента на кинетику измельчения другого вводится свое расчетное пространство для обоих компонентов (рис. 1в). Между этими расчетными пространствами разрешается обмен энергией, но запрещается обмен веществом. Для описания разрушения частиц в правой части уравнения (1) предлагается использовать модель измельчения в виде [8]

$$\dot{(f_c)}_i = \int_{\delta}^{\delta_{\max}} f(x, v, \varepsilon, t) p(\delta, \varepsilon, E) d\varepsilon, \quad (3)$$

где ε – размер разрушаемых частиц, δ_{\max} – максимальный размер зерен, $p(\delta, \varepsilon, E)$ – функция разрушения, которая показывает долю материала фракции $[\varepsilon, \varepsilon+d\varepsilon]$, переходящую после разрушения во фракцию $[\delta, \delta+d\delta]$ при подводе к разрушаемой фракции энергии $E=E(x, v, \varepsilon, t)$. Таким образом, для учета процесса измельчения необходимо определить вид функции распределения энергии разрушения по фазовому пространству $E(x, v, \delta, t)$ и вид функции разрушения $p(\delta, \varepsilon, E)$, соответствующий известному подводу энергии к ячейке. Для оценки энергии разрушения $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ при ударе частиц с размерами δ_i и δ_j , используется зависимость, полученная в рамках допущения о том, что энергия разрушения при ударе пропорциональна диссипации энергии [9]

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{(1-k)(\delta_i + \delta_j)^2}{\delta_i^3 + \delta_j^3} (v_i - v_j) |v_i - v_j| \beta(\delta, v, x) v \Delta t, \quad (4)$$

где k – коэффициент восстановления скорости при ударе, β – объемная концентрация частиц в рассматриваемом объеме аппарат, Δt – шаг по времени. Для определения суммарной энергии, которая подводится к i -ой фракции при ее взаимодействии с другими частицами, необходимо просуммировать энергию (4) по тем классам крупности (ячейкам), которые взаимодействуют с наблюдаемой частицей. При известном подводе энергии к материалу вид функции разрушения находится с использованием принципа максимума энтропии [10] и определяется в виде

$$p_{ij} = e^{\mu_j \varepsilon_{ij}} / \sum e^{\mu_j \varepsilon_{ij}}, \quad (5)$$

где $\varepsilon_{ij} = C_R(1/\delta_i - 1/\delta_j)$ – удельная энергия, необходимая для разрушения частиц класса j до размера частиц класса i , определяемая в соответствии с

энергетическим законом измельчения Риттингера [8]; μ_j – коэффициент, значение которого находится из баланса энергий [10].

Представленные выражения для вероятностей переходов при измельчении (5) для смеси двух разнопрочных компонентов совместно с вероятностями переходов частиц при движении в размольной камере [9] представляют замкнутое математическое описание селективного измельчения смеси.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проведения идентификации и проверки адекватности предложенной модели проведены экспериментальные исследования процесса селективного измельчения смеси разнопрочных компонентов в струйной мельнице кипящего слоя. Исследования проводились в лаборатории политехнического института г. Ченстохова (Польша) в рамках межвузовского договора о международном сотруд-

ничестве. Предварительно была разработана специальная программа проведения экспериментальных исследований и обработки экспериментальных данных. Схема помольной установки для проведения экспериментальных исследований показана на рис. 2. Нагнетаемый компрессором 1 воздух через коллектор 3 и сопла 5 подавался в размольную камеру, причем три сопла были равномерно размещены по периметру размольной камеры под углом 30° к горизонту, и одно сопло – вертикально вдоль оси размольной камеры. Исходный продукт подавался в размольную камеру сверху. Давление рабочего газа измерялось манометром 4. Выгрузка материала осуществлялась путём съёма нижней части реактора. Частицы мелкой фракции из отходящих газов улавливались в циклоне 9 и фильтре 11. В качестве компонентов бинарной смеси для экспериментальных исследований использовались кварцевый и сахарный песок.

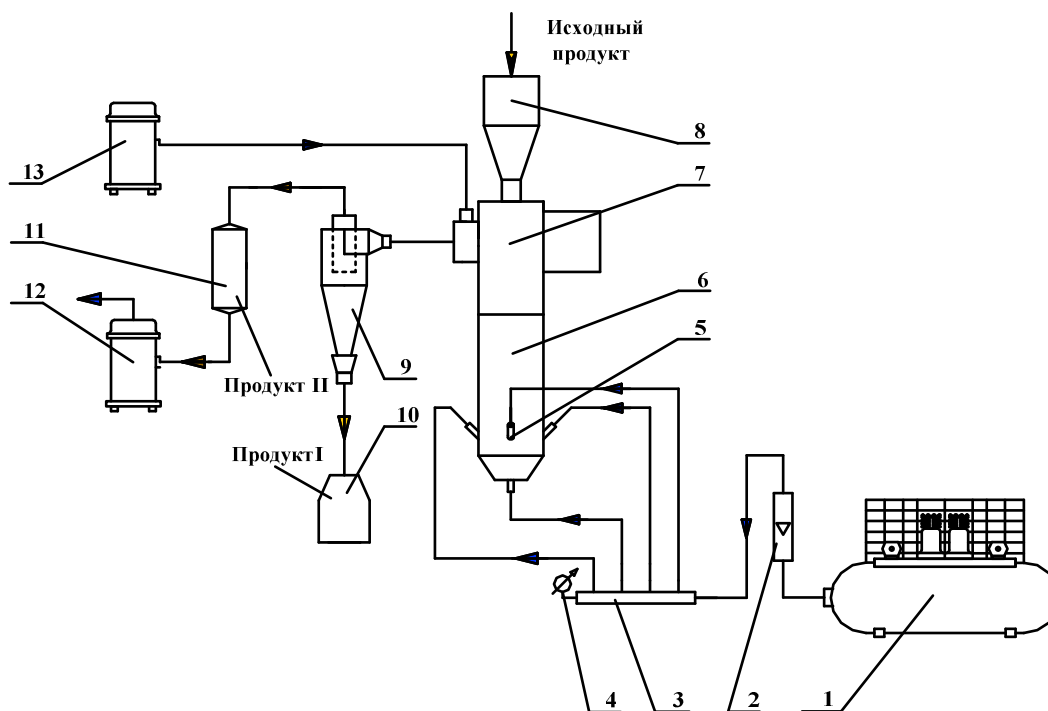


Рис. 2. Схема лабораторной установки с мельницей кипящего слоя: 1 – компрессор, 2 – расходомер, 3 – коллектор, 4 – манометр, 5 – сопла, 6 – размольная камера, 7 – классификатор, 8 – подача материала, 9 – циклон, 10 – бункер, 11 – фильтр, 12 – вентилятор, 13 – вторичный воздух

Fig. 2. Scheme of the laboratory setup with fluidized bed jet mill: 1 – compressor, 2 - flow meter, 3 - collector, 4 – manometer, 5 - nozzles, 6 - grinding chamber, 7 - classifier 8 – feed of material, 9 – cyclone, 10 – bunker, 11 – filter, 12 - fan, 13 - secondary air

Целью проведения экспериментальных исследований процесса селективного измельчения в струйной мельнице кипящего слоя является определение изменения гранулометрического состава измельченного материала при различном содержании компонентов в бинарной смеси. Исследования кинетики процесса проводились в периодическом

режиме, который обеспечивался периодической загрузкой и выгрузкой материала, с одной стороны, и за счет выбора таких режимных параметров работы центробежной ступени классификатора, при которых практически весь материал после классификации возвращался в размольную камеру, с другой стороны. Исследование и описание собственно

процесса классификации в центробежной ступени в модели установки не проводится, так как эта ступень была выключена по материалу из технологического процесса.

В ходе экспериментальных исследований процесса селективного измельчения варьировались следующие параметры: процентное содержание компонентов в смеси при постоянной массе загрузки смеси в мельницу. Измельчение проводилось в периодическом режиме в течение заданного периода времени, продолжительность которого во всех опытах составила 180 с; масса загрузки смеси в мельницу – 1 кг; давление рабочего воздуха – 150 кПа. При проведении каждого опыта мельничный продукт после выгрузки из мельницы подвергался гранулометрическому анализу с помощью прибора Retsch.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты проведенных экспериментальных исследований совместного измельчения анализируемых материалов, подаваемых в установку с разным их содержанием в смеси, приведены на рис. 3 в виде интегральных кривых распределения частиц по крупности.

Результаты проведенных расчетных исследований кинетики измельчения в рамках предложенной математической модели также приведены на рис. 3. Идентификация модели выполнена по результатам отдельного измельчения компонентов бинарной смеси, которые соответствуют на рис. 3 кр. 1 и 4. В качестве параметра идентификации найдены коэффициенты C_R в энергетическом законе измельчения Риттингера [8], который характеризует прочностные свойства компонентов. Идентификация выполнялась посредством минимизации рассогласования результатов расчетных и экспериментальных исследований. При проведении расчетных исследований фазовое пространство для каждого компонента представлено трехмерным массивом ячеек, дискретные значения фазовых координат которого задаются векторами: $x = [0,1\ 0,2\ 0,3\ 0,4\ 0,5\ 0,6\ 0,7\ 0,8]$, м; $v = [-2,8\ -2,1\ -1,4\ -0,7\ 0,01\ 0,7\ 1,4\ 2,1\ 2,8\ 3,5]$, м/с; $\delta = [56\ 71\ 100\ 125\ 160\ 300\ 400\ 600\ 750\ 1020\ 1600]$, мкм.

Расчеты, выполненные в рамках предложенного подхода, позволили определить значение параметров идентификации, используя данные по отдельному измельчению компонентов. Отношение найденных параметров идентификации (коэффициентов в энергетическом законе Риттингера для сахарного C_{R1} и кварцевого C_{R2} песка) составило $C_{R1}/C_{R2} = 3,33$. Экспериментальные данные по

разрушению промежуточных составов смеси, представленные на рис. 3 кр. 2 и 3, использовались для проверки адекватности предложенной модели селективного измельчения. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных, приведенные на рис. 3, показывает удовлетворительное качество описания моделью реального процесса, позволяющей с приемлемой для инженерных расчетов точностью описывать процесс селективного измельчения смеси разнопрочных компонентов. При этом среднее значение отклонения расчетных и экспериментальных данных, используемых при проверке адекватности модели, составило менее 1%.

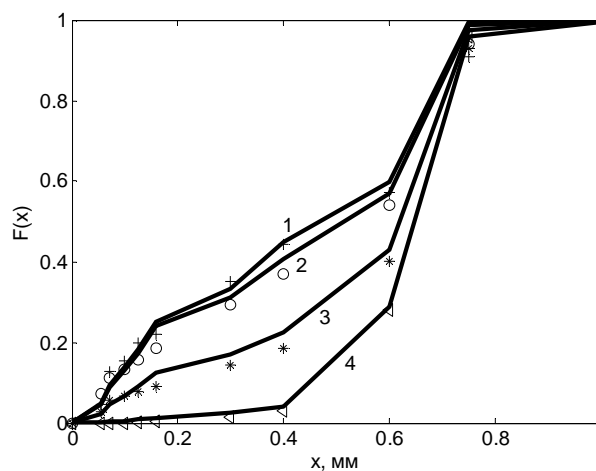


Рис. 3. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) гранулометрические составы продуктов измельчения в виде прохода через контрольное сито от размера этого сита при разном содержании кварцевого песка в бинарной смеси: 1-0; 2-20; 3-60; 4-100%

Fig. 3. Calculated (lines) and experimental (points) particle under-size distributions at different content of quartz sand in the binary mixture: 1-0; 2-20; 3-60; 4-100%

ВЫВОДЫ

Таким образом, проведенные исследования позволили развить концепцию моделирования химических процессов на основе дискретных аналогов уравнения Больцмана для описания селективного измельчения смеси разнопрочных компонентов. Проведенный расчетный анализ показал, что модель с приемлемой для инженерных расчетов точностью описывает процесс селективного измельчения смеси разнопрочных компонентов, что позволяет проводить оценку возможности обогащения компонентов и определять оптимальные условия технологического процесса разделения данных компонентов. Дальнейшее развитие разработанного подхода планируется проводить в направлении моделирования и расчета селективного измельчения смесей, состоящих из трех и более компонентов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-08-01684).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fukunaka T., Golman B., Shinohara K.** Batch grinding kinetics of Ethenzamide particles by fluidized-bed jet-milling. *Internat. J. Pharmaceutics*. 2006. V. 311. P. 89-96.
2. **Otwinowski H., Zhukov V., Wyleciał T., Belyakov A., Górecka-Zbrońska A.** Research and modeling of processes in the fluidized bed opposed jet mill. *Technical Sci.* 2014. V. 17. N 4. P. 381-390.
3. **Жуков В.П., Otwinowski H., Беляков А.Н., Urbaniak D.** Описание процессов измельчения и классификации сыпучих материалов на основе уравнения Больцмана. *Вестн. ИГЭУ*. 2011. N 1. С. 108.
4. **Беляков А.Н., Жуков В.П.** Влияние режимных и конструктивных параметров на эффективность аэродинамической классификации. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2012. Т. 55. Вып. 1. С. 108-111.
5. **Веденяпин В.В.** Кинетическое уравнение Больцмана и Власова. М.: Физматлит. 2001. 112 с.
6. **Aristov V.V., Rovenskaya O.I.** Application of the Boltzmann kinetic equation to the eddy problems. *Computers and Fluids*. 2011. 50. P. 189-198.
7. **Беляков А.Н., Жуков В.П., Власюк А.А., Барочкин А.Е.** Расчет многомерных совмещенных процессов измельчения, классификации в сыпучих средах. Свидетельство № 2010612671 от 19 апреля 2010 года. Авторы: **Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S.** Simulation of Grinding: New Approaches. Ivanovo: ISPU Press. 1997. 108 p.
8. **Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S.** Simulation of Grinding: New Approaches. Ivanovo: ISPU Press. 1997. 108 p.
9. **Жуков В.П., Мизонов В.Е., Беляков А.Н.** Обобщение кинетического уравнения Больцмана для описания совмещенных процессов измельчения и классификации. *Вестн. ИГЭУ*. 2013. Вып. 6. С. 86-89.
10. **Zhukov V., Mizonov V., Filitchev P., Bernotat S.** The modelling of grinding process by means of the principle of maximum entropy. *Powder Technology*. 1998. V. 95. P. 248.

REFERENCES

1. **Fukunaka T., Golman B., Shinohara K.** Batch grinding kinetics of Ethenzamide particles by fluidized-bed jet-milling. *Internat. J. Pharmaceutics*. 2006. 311. P. 89-96.
2. **Otwinowski H., Zhukov V., Wyleciał T., Belyakov A., Górecka-Zbrońska A.** Research and modeling of processes in the fluidized bed opposed jet mill. *Technical Sci.* 2014. V. 17. N 4. P. 381-390.
3. **Zhukov V.P., Otwinowski H., Belyakov A.N., Urbaniak D.** Description of the grinding process and the classification of bulk materials on the basis of the Boltzmann equation. *Vestn. IGEU*. 2011. N 1. P. 108 (in Russian).
4. **Belyakov A.N., Zhukov V.P.** Effect of operating and design parameters on the efficiency of a wind classification. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2012. T. 55. N 1. P. 108-111 (in Russian).
5. **Vedenyapin V.V.** Kinetic equation of Boltzmann and Vlasov. M.: Fizmatlit. 2001. 112 p. (in Russian).
6. **Aristov V.V., Rovenskaya O.I.** Application of the Boltzmann kinetic equation to the eddy problems. *Computers and Fluids*. 2011. 50. P. 189-198.
7. **Belyakov A.N., Zhukov V.P., Vlasjuk A.A., Barochkin A.E.** Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM «Raschet mnogomernykh sovmeshchennykh protsessov izmel'cheniya, klassifikatsii v sypuchikh sredakh» N 2010612671 ot 19 aprelya 2010 goda. (in Russian).
8. **Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S.** Simulation of Grinding: New Approaches. Ivanovo: ISPU Press. 1997. 108 p.
9. **Zhukov V.P., Mizonov V.E., Belyakov A.N.** Generalization of Boltzmann Kinetic Equation for Describing Combined Processes of Grinding and Classification. *Vestn. IGEU*. 2013. N 6. P. 86-89 (in Russian).
10. **Zhukov V., Mizonov V., Filitchev P., Bernotat S.** The modelling of grinding process by means of the principle of maximum entropy. *Powder Technology*. 1998. V. 95. P. 248.

Поступила в редакцию 10.02.2017
Принята к опубликованию 02.05.2017

Received 10.02.2017
Accepted 02.05.2017