

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИИ СМЕСИ РАЗНОРОДНЫХ КОМПОНЕНТОВ В ЗАМКНУТОМ ЦИКЛЕ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ

**В.П. Жуков, Д.А. Осипов, В.Е. Мизонов, Т. Wyleciał**

Владимир Павлович Жуков \*, Дмитрий Андреевич Осипов, Вадим Евгеньевич Мизонов

Кафедра прикладной математики, Ивановский государственный энергетический университет, Рабфаковская, 34, Иваново, Российская Федерация, 153003

E-mail: zhukov-home@yandex.ru \*

Tomasz Wyleciał

Czestochowa University of Technology, al. Armii Krajowej, 21, Czestochowa, 42-201, Poland

E-mail: otwinowski@imc.pcz.czyst.pl

*Показано, что разработанная ранее на основе дискретных моделей уравнения Больцмана модель совместного измельчения смеси разнородных материалов не учитывает возможную классификацию частиц компонентов по плотности и крупности, а также работу технологического оборудования в замкнутом цикле измельчения. Обоснована актуальность решения задачи повышения эффективности разделения компонентов смеси на основе анализа процессов их переработки в замкнутом цикле измельчения. Теоретические исследования проведены с использованием дискретных моделей уравнения Больцмана и методов их решения применительно к технологиям переработки смеси разнородных компонентов. Для выполнения экспериментальных исследований разработана специальная программа проведения замеров и обработки опытных данных, полученных на лабораторной струйной мельнице кипящего слоя и лабораторной мельнице ударного разрушения. В ходе расчетно-экспериментальных исследований предложена и протестирована модель классификации разнородных компонентов и представлен алгоритм ее включения в общую модель замкнутого цикла измельчения. Проведены расчетные исследования для оценки чувствительности модели к возмущениям по входным параметрам, определены направления повышения эффективности выделения целевого компонента в замкнутом цикле с мельницей кипящего слоя. Разработанная модель замкнутого цикла измельчения разнородных компонентов с приемлемой для инженерных расчетов точностью может использоваться на практике для оценки возможного обогащения смеси разнородных компонентов и определения оптимальных технологических условий для их разделения с учетом ограничений по допустимому загрязнению целевого продукта. Намечены пути и показан порядок выбора параметров процессов измельчения и классификации для эффективного разделения компонентов смеси.*

**Ключевые слова:** смесь, разнородные компоненты, дисперсный материал, разделение, измельчение, классификация, замкнутый цикл измельчения, модель, кривая разделения

## MODELING AND CALCULATION OF GRINDING AND CLASSIFICATION OF MIXTURE OF DISSIMILAR COMPONENTS IN CLOSED MILLING CIRCUIT

**V.P. Zhukov, D.A. Osipov, V.E. Mizonov, T. Wyleciał**

Vladimir P. Zhukov \*, Dmitriy A. Osipov, Vadim E. Mizonov

Department of Applied Mathematics, Ivanovo State Power Engineering University, Rabfakovskaya st., 34, Ivanovo, 153003, Russia

E-mail: zhukov-home@yandex.ru \*

Tomasz Wyleciał

Czestochowa University of Technology, al. Armii Krajowej, 21, Czestochowa, 42-201, Poland

E-mail: otwinowski@imc.pcz.czyst.pl

*It is shown that the developed earlier model of joint grinding of dissimilar particulate solids based on the discrete models of the Boltzmann equation does not take into account the possible size and density classification of particles and the operating of technological equipment in a closed milling circuit. It is substantiated that the problem of improving the efficiency of separation of mixture components, based on the analysis of their treatment in a closed milling circuit is an actual problem in the field. Theoretical investigations were based on the discrete models of the Boltzmann equation and the methods of their solution related to the technology of treatment of dissimilar components mixture. A special program for measurements and experimental data treatment obtained at the laboratory fluidized bed jet mill and the impact mill was developed for the experimental investigations. In the course of computational and experimental study a mathematical model of classification of dissimilar components was proposed and tested as well as the algorithm of its implementation into the general model of a closed milling circuit. The computational investigations were carried out to estimate the model sensitivity to the input parameters disturbance. The directions of improving the efficiency of the objective component separation in the closed milling circuit with the fluidized bed jet mill are found. The developed model the closed milling circuit for grinding dissimilar particulate solids can be used in engineering practice with acceptable accuracy. It can be used to estimate the possible enrichment of particulate solids mixtures and to define the optimal technological conditions of their separation with taking into account the limitations on the objective product impurity. The paths are outlined and the order of selection of the parameters of the grinding processes and the classification for effective separation of the components of the mixture are shown.*

**Key words:** mixture, dissimilar components, particulate solids, separation, grinding, classification, closed milling circuit, model, grade efficiency curve

**Для цитирования:**

Жуков В.П., Осипов Д.А., Мизонов В.Е., Wyleciał Т. Моделирование и расчет измельчения и классификации смеси разнородных компонентов в замкнутом цикле измельчения. *Изв. вузов. Химия и хим. технология.* 2019. Т. 62. Вып. 9. С. 102–109

**For citation:**

Zhukov V.P., Osipov D.A., Mizonov V.E., Wyleciał T. Modeling and calculation of grinding and classification of mixture of dissimilar components in closed milling circuit. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2019. V. 62. N 9. P. 102–109

## ВВЕДЕНИЕ

На основе дискретных моделей уравнения Больцмана нами ранее [1-7] предложен ряд моделей технологических процессов, в том числе модель совместного измельчения смеси разнородных компонентов, с использованием которой была выполнена оценка эффективности разделения компонентов за счет селективного (избирательного) измельчения [5-7]. В этих работах при оценке эффективности разделения компонентов были приняты следующие упрощения и допущения: классификация частиц по крупности осуществляется идеально [8], классификация компонентов по плотности не учитывается, работа технологического оборудования в замкнутом цикле измельчения [9-12] не рассматривается. Очевидно, что перечисленные допущения могут приводить к существенному искажению реальных показателей эффективности разделения. Разработка модели, учитывающей указанные факторы при эксплуатации мельницы в замкнутом цикле измельчения, является актуальной задачей научных исследований.

Целью данного исследования является повышение эффективности разделения смеси разнородных компонентов на основе моделирования и расчета замкнутого цикла измельчения.

Для достижения поставленной цели последовательно решаются следующие задачи:

- разработка математического описания процесса классификации смеси разнородных компонентов, частицы которых могут отличаться как по крупности, так и плотности;
- инкорпорирование разработанной модели классификации в общую модель замкнутого цикла измельчения со струйной мельницей кипящего слоя [13-16];
- определение технологических условий, обеспечивающих повышение эффективности процесса выделения целевого продукта из смеси.

Объектом исследования являются процессы совместного измельчения и классификации смеси разнородных компонентов, предметом исследования – математические модели классификации и измельчения разнородных компонентов для оборудования, работающего в замкнутом цикле измельчения. Идея избирательного измельчения смеси разнородных компонентов [5-7, 17] заключается в

определении таких условий, при которых реализуется преимущественное измельчение менее прочного компонента. Такое измельчение приводит к переходу этого компонента преимущественно в мелкие фракции. Последующая классификация по крупности продуктов измельчения позволяет обогащать мелкий продукт разделения менее прочным компонентом. Одним из эффективных подходов определения технологических условий, при которых возможно получение максимального количества целевого продукта при заданном его качестве, является моделирование, расчет и оптимизация указанных процессов.

На рис. 1 представлена исследуемая установка со струйной мельницей кипящего слоя [13-16], в которой одновременно реализуются процессы измельчения и классификации компонентов. Исходный материал и воздух подаются в размольную камеру 1. Режимы подачи воздуха и материала обеспечивают пребывание частиц в размольной камере в псевдооживленном состоянии. Измельчение материала происходит преимущественно за счет истирания частиц при их столкновении между собой и со стенками аппарата. Измельченные частицы выносятся потоком воздуха в гравитационную ступень классификатора 2, где происходит их предварительная сортировка по размеру и плотности. Крупные зерна после классификации возвращаются в размольную камеру, а мелкие частицы выносятся воздухом в центробежную ступень классификатора 3. Мелкие частицы после центробежной ступени покидают аппарат, а крупные зерна в зависимости от целей организации процесса могут возвращаться на повторное измельчение в размольную камеру 1 или выводиться из системы. Для эффективной организации совмещенных процессов, протекающих в установке, необходимо учитывать влияние кинетики одного процесса на кинетику других процессов, что обуславливает необходимость их совместного моделирования, расчета и оптимизации.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Теоретическое описание измельчения смеси разнородных компонентов, построенное с использованием дискретных моделей уравнения Больцмана, разработано нами ранее [5-7]. Основные положения и расчетные соотношения данного подхода, необходимые для дальнейшего построения модели замкнутого цикла измельчения, приводятся ниже.

На основе анализа конструкции установки (рис. 1а) и схемы материальных потоков в ней (рис. 1б)

предложена структура расчетного пространства, изображенная на рис. 1в. Ячейки расчетного пространства, которые относятся к размольной камере и центробежному классификатору, обособлены на этом рисунке с указанием связей между этими ячейками с помощью стрелок.

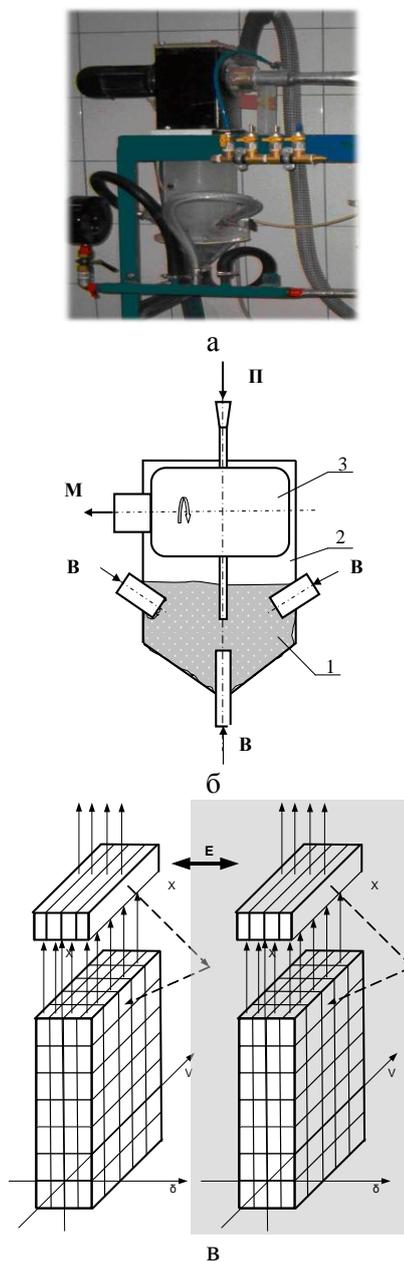


Рис. 1. Фотография (а), расчетная схема потоков (б) и расчетное пространство (в) установки измельчения со струйной мельнице кипящего слоя: 1 – размольная камера; 2 – гравитационная ступень классификации; 3 – центробежная ступень классификации; В – подача воздуха, П – подача исходного порошка, М – выход мелкого продукта разделения  
 Fig. 1. Photo of the lab scale fluidized bed jet mill (а), the particle flows diagram (б), and the computational phase space (в): 1 – grinding chamber, 2 – gravity stage of classification, centrifugal stage of classification; В – air feed, П – raw mixture feed, М – output of the fine product of classification

В качестве определяющих координат в расчетном пространстве выбраны размер частиц  $\delta$ , скорость движения частиц  $v$  и высота положения частиц в слое  $x$ . При построении модели измельчения для смеси разнородных компонентов искомая плотность распределения вещества по ячейкам расчетного пространства  $\mathbf{f}$  согласно рис. 1 в определяется раздельно для каждого компонента. Использование при моделировании двух трехмерных расчетных пространств, своего для каждого компонента, означает по существу введение в расчетное пространство четвертой координаты, вдоль которой откладывается номер компонента смеси. Между компонентами смеси в рамках модельного описания разрешается обмен энергией, но запрещается обмен веществом [6]. При проведении вычислений многомерное расчетное пространство преобразуется в одномерную цепь ячеек [5, 6], искомая плотность распределения вещества по ячейкам представляется одномерным вектором  $\mathbf{f} = \{f_i\}$ , где индекс  $i$  показывает номер элемента в одномерной цепи. Указывая для каждой ячейки адреса ячеек, в которые возможен переход, и вероятности этих переходов  $p_{ij}$  эволюция состояния системы во времени описывается выражением [5]

$$f_i^{k+1} = \sum_j p_{ij} f_j^k, \quad (1)$$

где  $k$  – номер шага по времени.

Для проведения вычислительных экспериментов согласно (1) необходимо определить вероятности перехода вещества между ячейками выбранного расчетного пространства при расчете процессов измельчения и классификации. Методика определения вероятностей переходов между ячейками  $p_{ij}$  при измельчении компонентов смеси подробно представлена в работах [5-7].

Для описания процесса классификации в рамках единой методологии (1) требуется определить аналогичные вероятности переходов и адреса этих переходов с учетом размера и плотности частиц каждого компонента. Для определения указанных вероятностей воспользуемся традиционной моделью классификации в виде кривой разделения классификатора [8], которую в англоязычной литературе называют также кривой Тромпа [8]. Указанная кривая разделения представляется в виде зависимости вероятности попадания частиц в тонкий продукт от их размера. Для исследуемых условий реализации процесса классификации предлагается использовать соотношение, которое хорошо себя зарекомендовало при описании подобных процессов [3]:

$$\varphi(\delta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)^{k_s}}, \quad (2)$$

где  $\delta_0$  – граничный размер разделения [8],  $k_s$  – параметр эффективности разделения. Для учета влияния плотности компонентов смеси на процесс классификации предполагается, что параметры кривой разделения (2) свои для каждого компонента. При этом эффективность разделения  $k_s$ , которая зависит в основном от режима работы и конструкции аппарата [3], выбирается одинаковой для обоих компонентов. Соотношение граничных размеров разделения компонентов, которые зависят от плотности материала, выбирается согласно следующему выражению [8]:

$$\frac{\delta_{02}}{\delta_{01}} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{n+1}}, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность компонента,  $\delta_0$  – граничный размер разделения компонента, индексы 1 и 2 показывают номер компонента;  $n$  – параметр, значение которого зависит от вида закона сопротивления:  $n = 0$  – закон Стокса; 0,5 – закон Аллена; 1 – закон Ньютона [8]. Вид кривых разделения (2) для различной плотности компонентов (3) показан на рис. 2.

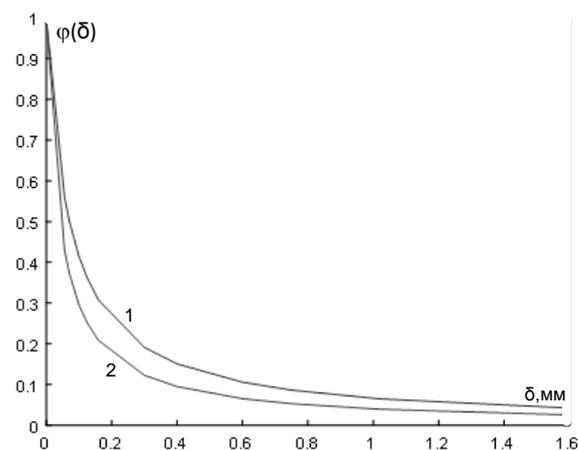


Рис. 2. Вид кривой разделения классификатора для первого (1) и второго (2) компонентов, имеющих разные плотности:  $\rho_1 = 1600$ ;  $\rho_2 = 2700$  кг/м<sup>3</sup>;  $k_s = 1$ ;  $\delta_{01} = 0,071$  мм  
Fig. 2. The form of the grade efficiency curve for the components (1) and (2) having different density:  $\rho_1 = 1600$ ;  $\rho_2 = 2700$  kg/m<sup>3</sup>;  $k_s = 1$ ;  $\delta_{01} = 0.071$  mm

Вероятности перехода частиц в мелкий продукт классификации  $\varphi(\delta)$  согласно (2)–(3) позволяют определить для частиц каждого компонента вероятности переходов между ячейками фазового пространства  $p_{ij}$  в уравнении (1) при описании процесса классификации.

Для создания модели замкнутого цикла измельчения в рамках подхода (1) на основании вида расчетного пространства рис. 1в определяются адреса переходов для мелкого и крупного продуктов разделения классификатора. Таким образом, предложенный подход (1), дополненный значениями вероятностей переходов между ячейками (2) и

структурой потоков в цикле согласно рис. 1, описывает для смеси компонентов процесс измельчения и классификации по крупности и плотности для оборудования, работающего в замкнутом цикле измельчения.

#### МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для апробации и верификации предложенного математического описания процессов измельчения и классификации в замкнутом цикле проведено специальное расчетное исследование. Целью численных экспериментов была оценка чувствительности модели к возмущениям по входным параметрам и анализ эффективности разделения компонентов смеси при разных условиях функционирования технологического оборудования.

В качестве исследуемых компонентов для проведения вычислительного эксперимента выбраны сахарный песок (компонент 1) и кварцевый песок (компонент 2), плотности которых составляют  $\rho_1 = 1600$  и  $\rho_2 = 2700$  кг/м<sup>3</sup> соответственно. Относительная прочность компонентов по результатам предварительных экспериментальных исследований [6] принимались равной:  $C_{R2}/C_{R1} = 3,33$ ; где  $C_R$  – коэффициент в законе Риттенгера [9]. При обработке экспериментальных результатов определялись не абсолютные, а относительные значения показателя измельчаемости материалов. Это связано с тем, что для определения абсолютного значения этих показателей необходимо знать долю подведенной энергии, которая идет на собственно измельчение. Другими словами, нужно знать коэффициент полезного действия установки, значение которого для разных измельчителей существенно различаются [18-20]. Размер расчетного пространства для каждого компонента составлял  $n_1 \times m_1 \times k_1$  ячеек, где  $n_1 = 12$  – число ячеек вдоль координаты  $\delta$ ,  $m_1 = 10$  – число ячеек вдоль координаты  $v$ ,  $k_1 = 8$  – число ячеек вдоль координаты  $x$ . Расчеты выполнялись для мельницы, работающей в периодическом режиме: в начальный момент времени в размольную камеру загружалась порция смеси с известным составом компонентов. Расчет выполнялся согласно (1)-(3) в течение заданного времени. При проведении расчетов материал после второй ступени разделения в центробежном классификаторе выводился из установки в мелкий  $V_3$  и крупный  $V_2$  продукты разделения. В этих продуктах определялось содержание каждого компонента. Для оценки качества разделения компонентов использовался показатель эффективности разделения компонентов и концентрация целевого (первого) компонента. Эффективность разделения компонентов рассчитывалась с помощью показателя  $\varepsilon$ , значение которого при полном выделении

ключевого компонента равно единице, а при отсутствии разделения равно нулю:

$$\varepsilon = V_1 / V_{01} - V_2 / V_{02}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  – эффективность разделения компонентов смеси,  $V_1, V_2$  – массопотоки компонентов на выходе из установки;  $V_{10}, V_{20}$  – аналогичные величины на входе в установку.

Загрузка размольной камеры мельницы, работающей в периодическом режиме, варьировалась в ходе расчетных исследований и составляла для первого компонента  $V_{01} = [0,4; 0,6; 0,8; 1,2; 1,6; 3,2]$  кг, а для второго компонента для всех вариантов расчета оставалась постоянной  $V_{02} = 0,8$  кг. В результате расчетов определялись масса загрузки размольной камеры, выход мелкого и крупного продуктов разделения для каждого компонента, а по этим данным соответственно эффективность разделения  $\varepsilon$  и концентрация целевого (первого) компонента в этих продуктах. Для проведения вариантов расчетных исследований разработан алгоритм и программа для его реализации в среде Матлаб [5].

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты расчетного анализа измельчения и классификации смеси разнородных компонентов в замкнутом цикле представлены на рис. 3-5. На рис. 3а показаны зависимости массопотоков тонкого продукта разделения центробежного классификатора от времени периодического процесса для первого и второго компонентов смеси. Расчет выполнен при начальной массовой загрузке в установку кварцевого песка 0,8 кг и сахарного песка 0,4 кг. Для первого компонента данная зависимость имеет два максимума, первый из которых обусловлен выходом уже имеющейся в исходной загрузке мелочи, а второй – появлением продуктов разрушения и их выносом из размольной камеры. Наиболее прочные и крупные частицы второго компонента начинают выводиться из установки по мере их разрушения.

На рис. 3б представлены результаты для этого же варианта расчетов по кинетике изменения массовой концентрации первого компонента (кривая 1) и эффективность его разделения (кривая 2). Для оценки чистоты получаемого продукта и сравнения ее с допустимым значением использовалась концентрация целевого (первого) компонента смеси, которая определялась как массовая доля компонента в тонком продукте центробежной ступени классификатора. Согласно этим результатам можно определить время процесса, при котором продукт при заданном качестве нарабатывается с максимальной производительностью.

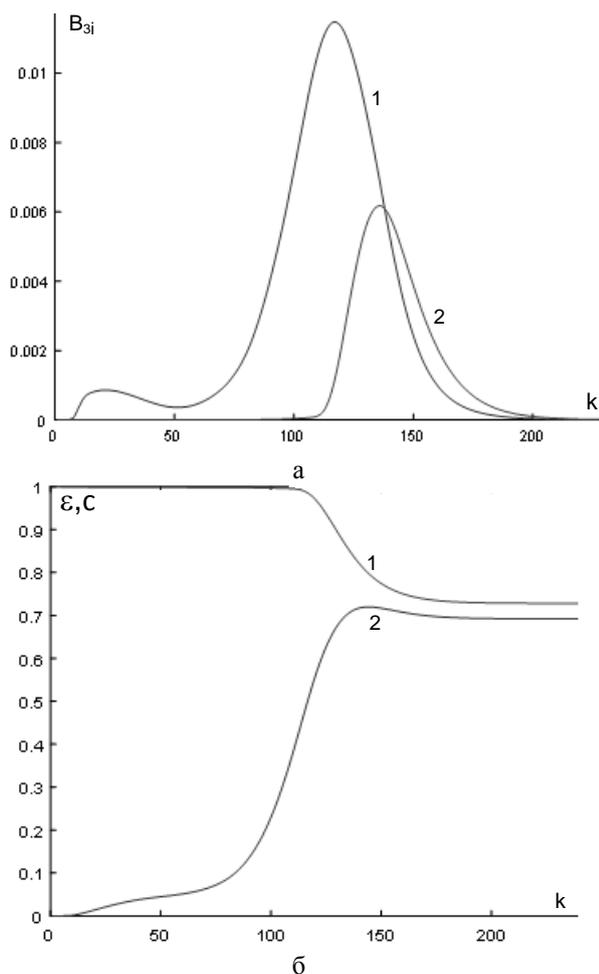


Рис. 3. Массовый выход тонкого продукта разделения для первого (1) и второго (2) компонентов (а); зависимости концентрации (1) и эффективность разделения (2) для первого (целевого) компонента от времени периодического процесса (б)

Fig. 3. The yield of the fine product of classification for the components (1) and (2) (a); the concentration (1) and purification degree (2) for the first (objective) component versus the number of time steps of the periodic process (б)

Исследование кинетики измельчения прочного компонента при увеличении материальной загрузки менее прочного компонента представлено на рис. 4. Данные зависимости показывают влияние исходной загрузки менее прочного компонента на его самоизмельчение и на измельчение более прочного компонента. Если при массе загрузки менее прочного компонента 0,4 кг прочный компонент практически не измельчался (рис. 4а), то при увеличении загрузки менее прочного компонента до 0,6 кг происходит уже заметное измельчение и эвакуация из мельницы прочного компонента (рис. 4б). При массе загрузки 3,2 кг менее прочным компонентом происходит практически полное разрушение и эвакуация из размольного пространства прочного компонента (рис. 4в). Загрузка установки более прочным компонентом оставалась постоянной во всех расчетах и составила 0,8 кг. На рис. 5

представлены сводные зависимости оставшейся в мельнице массы загрузки разных компонентов при изменении исходной загружаемой массы менее прочного компонента.

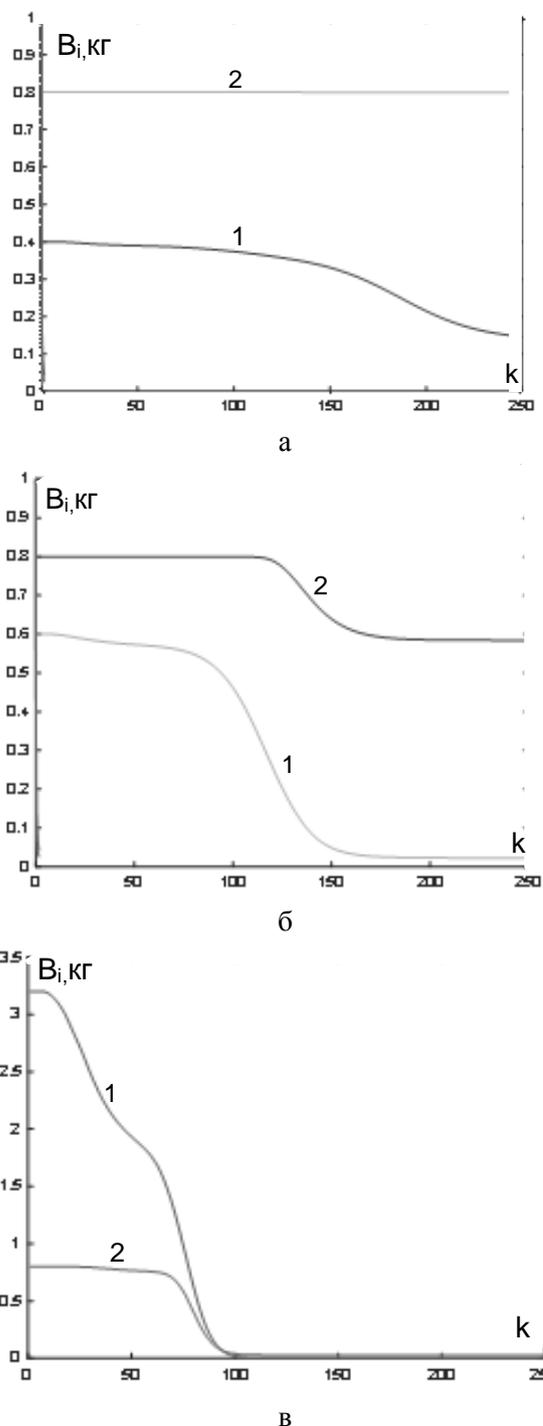


Рис. 4. Изменение загрузки размольной камеры сахаром (1) и кварцевым песком (2) от времени периодического процесса при различных начальных загрузках установки первым (целевым) компонентом: а) –  $B_{01}=0,4$ ; б) – 0,6; в) – 3,2 кг

Fig. 4. The sugar (1) and quartz sand (2) hold-up versus the number of time steps for the periodical process with different initial load of the mill with the first (target) component: а) –  $B_{01}=0.4$ ; б) – 0.6; в) – 3.2 kg

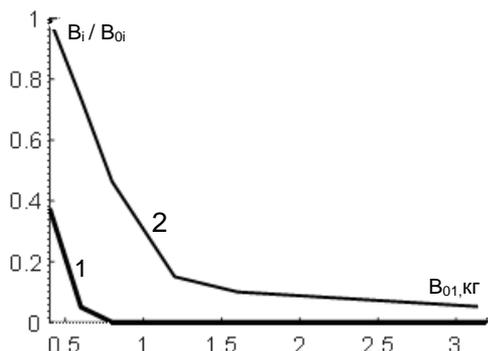


Рис. 5. Зависимость относительной загрузки размольной камеры после измельчения для первого (1) и второго (2) компонентов от исходной загрузки мельницы первым компонентом. Загрузка мельницы вторым компонентом не менялась и составляла 0,8 кг

Fig. 5. The relative hold-up of the components (1) and (2) after grinding versus the initial hold-up of the component (1). The initial hold-up of the component (2) was 0.8 kg

### ВЫВОДЫ

В ходе проведенных исследований получены следующие результаты:

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жуков В.П., Беляков А.Н. Моделирование совмещенных гетерогенных процессов на основе дискретных моделей уравнения Больцмана. *Теор. основы хим. технологии*. 2017. Т. 51. № 1. С. 78–84.
2. Жуков В.П., Мизонов В.Е., Беляков А.Н. Обобщение кинетического уравнения Больцмана для описания совмещенных процессов измельчения и классификации. *Вестн. ИГЭУ*. 2013. № 6. С. 86–89.
3. Жуков В.П., Otwinowski H., Беляков А.Н., Urbaniak D. Описание процессов измельчения и классификации сыпучих материалов на основе уравнения Больцмана. *Вестн. ИГЭУ*. 2011. № 1. С. 108.
4. Беляков А.Н. Применение дискретных моделей уравнения Больцмана к описанию совмещенных процессов в технологии измельчения. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2015. Т. 58. Вып. 3. С. 73–76.
5. Zhukov V., Osipov D., Otwinowski H. Application of boltzmann equation to model grinding kinetics of mixture of materials with different grindability. Proc. of the International Symposium of Reliable Flow of Particulate Solids. "RELPOWFLO V". 13-15th June 2017. Skien, Norway: E-edition. 2017. Paper P3.
6. Жуков В.П., Осипов Д.А., Otwinowski H., Urbaniak D. Расчетно-экспериментальные исследования измельчения смеси разнопрочных компонентов. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2017. Т. 60. Вып. 6. С. 109–115.
7. Жуков В.П., Осипов Д.А., Мизонов В.Е. Энтропийное моделирование измельчения смеси разно-прочных компонентов твердого топлива. *Вестн. ИГЭУ*. 2017. № 6. С. 40–46. DOI: 10.17588/2072-2672.2017.6.040-046.
8. Мизонов В.Е., Ушаков С.Г., Барочкин Е.В. Аэродинамическая классификация порошков. Иваново: ИГЭУ. 2014. 260 с.
9. Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S. Simulation of Grinding: New Approaches. Ivanovo: ISPU Press. 1997. 108 p.
10. Комиссаров Ю.А., Гордеев Л.С., Вент Д.П. Процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия. 2011. 1230 с.

- Разработана модель классификации смеси разнородных компонентов, отличающихся как по крупности частиц, так и по их плотности.

- Разработан алгоритм инкорпорирования модели классификации смеси разнородных компонентов в общую модель замкнутого цикла измельчения со струйной мельницей кипящего слоя.

- Показано влияние соотношения загрузки компонентов в размольную камеру на эффективность выделения целевого продукта из смеси.

- Намечены пути и показан порядок выбора параметров процессов измельчения и классификации для эффективного разделения компонентов смеси.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-08-00028А).*

*The reported study was funded by RFBR (project № 18-08-00028А).*

#### REFERENCES

1. Zhukov V.P., Belyakov A.N. Modelirovaniye sovmeshchennykh geterogennykh protsessov na osnove diskretnykh modeley uravneniya Bol'tsmana. *Teor. Osnovy Khim. Tekhnolog.* 2017. V. 51. N 1. P. 78–84 (in Russian).
2. Zhukov V.P., Mizonov V.E., Belyakov A.N. Generalization of the Boltzmann kinetic equation for the description of the combined processes of grinding and classification. *Vestn. IGEU*. 2013. N 6. P. 86–89 (in Russian).
3. Zhukov V.P., Otwinowski H., Belyakov A.N., Urbaniak D. Opisaniye protsessov izmel'cheniya i klassifikatsii sypuchikh materialov na osnove uravneniya Bol'tsmana. *Vestn. IGEU*. 2011. N 1. P. 108 (in Russian).
4. Belyakov A.N. The use of discrete models of the Boltzmann equation to the description of combined processes in grinding technology. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2015. V. 58. N 3. P. 73–76 (in Russian).
5. Zhukov V., Osipov D., Otwinowski H. Application of boltzmann equation to model grinding kinetics of mixture of materials with different grindability. Proc. of the International Symposium of Reliable Flow of Particulate Solids. "RELPOWFLO V". 13-15th June 2017. Skien, Norway: E-edition. 2017. Paper P3.
6. Zhukov V.P., Osipov D.A., Otwinowski H., Urbaniak D. Numerical and experimental studies of the grinding of a mixture of different strength components. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2017. V. 60. N 6. P. 109–115 (in Russian).
7. Zhukov V.P., Osipov D.A., Mizonov V.E. Entropy modeling of grinding a mixture of different-strength components of solid fuel. *Vestn. IGEU*. 2017. N 6. P. 40–46 (in Russian). DOI: 10.17588/2072-2672.2017.6.040-046.
8. Mizonov V.E., Ushakov S.G., Barochkin E.V. Aerodynamic classification of powders. Ivanovo: ISPU. 2014. 260 p. (in Russian).
9. Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S. Simulation of Grinding: New Approaches. Ivanovo: ISPU. 1997. 108 p.

11. **Айнштейн В.Г.** Общий курс процессов и аппаратов химической технологии. М.: Высш. шк. 2002. 1030 с.
12. **Касаткин А.Г.** Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия. 2006. 829 с.
13. **Otwinowski H., Zhukov V., Wylecial T., Belyakov A., Górecka-Zbrońska A.** Research and modeling of processes in the fluidized bed opposed jet mill. *Technical Sciences*. 2014. V. 17. N 4. P. 381–390.
14. **Fukunaka T., Golman B., Shinohara K.** Batch grinding kinetics of Ethenzamide particles by fluidized-bed jet-milling. *Internat. J. Pharm.* 2006. V. 311. P. 89–96.
15. **Palaniandy S., Azizli K., Hussin H., Hashim S.** Effect of operational parameters on the breakage mechanism of silica in a jet mill. *Miner. Eng.* 2008. V. 21. P. 380–388.
16. **Berthiaux H., Dodds J.** Modeling fine grinding in a fluidized bed opposed jet mill. Part I: batchgrindingkinetics. *Powder Technol.* 1999. V. 106. P. 78–87.
17. **Ревнивцев В.И.** Селективное разрушение минералов. М.: Недра. 1988. 286 с.
18. **Жуков В.П., Беляков А.Н.** Термодинамический подход к описанию измельчения истиранием частиц произвольной формы. *Вестн. ИГЭУ*. 2014. № 4. С. 49–53.
19. **Коновалов В.И.** Техническая термодинамика. Иваново: ИГЭУ. 2005. 619 с.
20. **Беляков А.Н., Жуков В.П., Otwinowski H., Тупицын Д.В.** Анализ энергетической эффективности процесса измельчения на основе термодинамического подхода. *Вестн. ИГЭУ*. 2014. № 2. С. 54–59.
10. **Komissarov Yu.A., Gordeev L.S., Vent D.P.** Processes and devices of chemical technology. M.: Khimiya. 2011. 1230 p. (in Russian).
11. **Ainstein V.G.** General course of processes and devices of chemical technology. M.: Vyssh. shk. 2002. 1030 p. (in Russian).
12. **Kasatkin A.G.** Basic processes and apparatuses of chemical technology. M.: Khimiya. 2006. 829 p. (in Russian).
13. **Otwinowski H., Zhukov V., Wylecial T., Belyakov A., Górecka-Zbrońska A.** Research and modeling of processes in the fluidized bed opposed jet mill. *Technical Sciences*. 2014. V. 17. N 4. P. 381–390.
14. **Fukunaka T., Golman B., Shinohara K.** Batch grinding kinetics of Ethenzamide particles by fluidized-bed jet-milling. *Internat. J. Pharm.* 2006. V. 311. P. 89–96.
15. **Palaniandy S., Azizli K., Hussin H., Hashim S.** Effect of operational parameters on the breakage mechanism of silica in a jet mill. *Miner. Eng.* 2008. V. 21. P. 380–388.
16. **Berthiaux H., Dodds J.** Modeling fine grinding in a fluidized bed opposed jet mill. Part I: batchgrindingkinetics. *Powder Technol.* 1999. V. 106. P. 78–87.
17. **Revnitsev V.I.** Selective destruction of minerals. M.: Nedra. 1988. 286 p. (in Russian).
18. **Zhukov V.P., Belyakov A.N.** Thermodynamic approach to the description of grinding by abrasion of particles of an arbitrary shape. *Vestn. IGEU*. 2014. N 4. P. 49–53 (in Russian).
19. **Konovalev V.I.** Technical thermodynamics. Ivanovo: ISPU. 2005. 619 p. (in Russian).
20. **Belyakov A.N., Zhukov V.P., Otwinowski H., Tupitsind D.** Analysis of the energy efficiency of the grinding process based on the thermodynamic approach. *Vestn. IGEU*. 2014. N 2. P. 54–59 (in Russian).

Поступила в редакцию 27.11.2018  
Принята к опубликованию 11.07.2019

Received 27.11.2018  
Accepted 11.07.2019