DOI: 10.6060/tcct.20186102.5625

УДК: 004.94:66.011

ДИСКРЕТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ

А.С. Чернявская, С.П. Бобков

Анастасия Сергеевна Чернявская, Сергей Петрович Бобков*

Кафедра информационных технологий, Ивановский государственный химико-технологический университет, просп. Шереметевский, 7, Иваново, Российская Федерация, 153000
E-mail: bsp@isuct.ru*

В работе приводятся результаты исследования процесса переноса тепла в движущейся сплошной среде. При этом была использована модель решеточного газа Больцмана (LBM-модель), основанная на принципах системы клеточных автоматов. Для исследования принята ортогональная пространственная решетка с диагональными связями, с помощью которой были введены функции распределения частиц по дискретному набору разрешенных скоростей движения. Указанные функции распределения описывались дискретным аналогом кинетического уравнения Больцмана. Данный подход позволил исследовать эволюцию функций распределения частиц сплошной среды по шагам дискретного времени. Использованная модель позволила описать оба механизма переноса тепловой энергии в движущейся среде – макроскопический и микроскопический. При этом макроскопический перенос за счет движения сплошной среды определялся изменением плотности распределения частиц, а микроскопический (молекулярный) перенос определялся релаксационным оператором теплообмена. Данный оператор математической модели характеризовал перераспределение теплоты в дискретной области из-за столкновения частиц, то есть учитывал теплопроводность среды. Поскольку в процессе теплообмена участвует не только движущаяся сплошная среда, но и ограничивающие поверхности (стенки, препятствия), в модель были включены элементы, учитывающие данный факт. Для проверки адекватности использованного подхода было разработано и использовано программное приложение, позволяющее моделировать и визуализировать процесс переноса тепла движущейся сплошной средой. Приложение также позволяло устанавливать различную форму ограничивающих поверхностей. Анализ результатов компьютерного эксперимента позволяет утверждать, что полученные данные не противоречат реальным представлениям о процессах теплопереноса в движущейся жидкости. Достоинством предлагаемого дискретного подхода можно считать возможность описывать гидродинамические и тепловые процессы в рамках единой модели, что делает ее достаточно удобной в использовании. Кроме того, данный метод дает возможность решения задач теплопереноса в объектах, имеющих сложную геометрическую конфигурацию границ раздела.

Ключевые слова: конвективный теплоперенос, дискретные модели, решеточный газ, LBM-модель

CONVECTIVE HEAT TRANSFER DISCRETE MODELING

A.S. Chernyavskaya, S.P. Bobkov

Anastasiya S. Chernyavskaya, Sergey P. Bobkov*

Department of Information Technology, Ivanovo State University of Chemistry and Technology, Sheremetievskiy ave., 7, Ivanovo, 153000, Russia
E-mail: bsp@isuct.ru*

The article presents the investigation results of the heat transfer process in a moving continuous medium. The lattice Boltzmann model (LBM) was used. This model is based on the principles of the cellular automata system. For the study, an orthogonal spatial lattice with diagonal constraints was adopted, by means of which the particle distribution functions were introduced from a discrete set of allowed velocities. These distribution functions were described by a discrete analogue of the Boltzmann kinetic equation. This approach made it possible to study the evolution of the distribution functions of particles in a continuous medium as a fuction of discrete-time steps. The model used made it possible to describe both mechanisms of thermal energy transfer in a moving medium – macroscopic and microscopic. In this case, the macroscopic transfer due to the motion of a continuous medium was determined by a change in the density of the particle distribution, and the microscopic (molecular) transport was determined by the relaxation heat exchange operator. This operator of the mathematical model characterized the redistribution of heat in a discrete region due to the collision of particles, that is, it takes into account the thermal conductivity of the medium. Since not only the moving continuous medium but also the boundary surfaces (walls, obstacles) participate in the heat exchange process, the elements taking into account this fact were included in the model. To test an adequacy of the approach used a software application was developed. It was used to simulate and visualize the process of heat transfer by a moving continuous medium. The application also allowed setting confining surfaces of various forms. An analysis of the computer experiment results allows us to state that the obtained data do not contradict to the real concepts of the processes of heat transfer in a moving fluid. The advantage of the proposed discrete approach is the possibility of describing hydrodynamic and thermal processes within the framework of a single model, which makes it quite convenient to use. In addition, this method makes it possible to solve heat transfer problems for objects that have a complex geometric configuration of the interfaces.

Key words: convective heat transfer, discrete model, lattice gas, LBM

Для цитирования:

Чернявская А.С., Бобков С.П. Дискретное моделирование конвективного переноса теплоты. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2018. Т. 61. Вып. 2. С. 86–90

For citation:

Chernyavskaya A.S., Bobkov S.P. Convective heat transfer discrete modeling. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2018. V. 61. N 2. P. 86–90

С увеличением вычислительной мощности современных компьютеров все большую популярность у исследователей приобретают дискретные методы моделирования базовых физико-технических процессов – тепловых, гидромеханических, диффузионных и пр. Среди них особое место занимают подходы, использующие модели в виде систем клеточных автоматов. Они уже показали свою эффективность при моделировании движения жидкости [1,2] и процессов теплообмена в твердых телах [3]. Представляется целесообразным использовать указанные модели для исследования процессов переноса тепла в движущейся сплошной среде.

Известно, что передача тепла в движущихся средах обусловлена совместным действием двух механизмов: это макроскопический перенос тепловой энергии в результате перемещения потока сплошной среды и перенос теплопроводностью, т.е. молекулярным (микроскопическим) движением. Кроме того, рассмотрение данного процесса невозможно в отрыве от окружающей среды, а именно объекта, внутри которого жидкость или газ движутся. При этом, естественно, в процессе участвуют ограничивающие поток поверхности, препятствия, дисперсные частицы и пр.

Для исследования теплопереноса в движущейся среде нами был использован один из подходов, основанный на принципах клеточных автоматов, а именно двумерный случай модели решеточного газа Больцмана (модель LBM).

Как и все решеточные газы, данная модель рассматривает частицы, движущиеся между узлами пространственной решетки определенной конфигурации, в нашем случае ортогональной. При этом рассматривается не поведение каждой частицы в отдельности, а функция распределения плотности вероятности частиц по координатам и по скоростям. То есть, для описания процесса используется дискретный аналог уравнения Больцмана, который рассматривает эволюцию функции распределения частиц сплошной среды по шагам дискретного времени.

Возможности решеточной модели Больцмана для изучения течения жидкостей рассматривались рядом авторов и достаточно подробно описаны ранее [4]. Для получения модели конвективного теплопереноса были введены следующие положения.

Сплошная среда разбивается на дискретные ячейки (клетки), которые являются окрестностями узлов пространственной решетки.

Каждая клетка включает в себя определенное количество частиц, которое характеризуется локальной плотностью ρ. Кроме того, аналогично приему, описанному [5], каждую клетку характеризует некоторое количество теплоты Q, которое можно понимать, как сумму энергий всех частиц данной клетки.

В отличие от реальной жидкости, где в любой момент времени каждая частица может двигаться в произвольном направлении, в решеточных моделях частицы могут двигаться только к соседним узлам пространственной решетки.

Для двумерной задачи возможно наличие девяти направлений движения (скоростных каналов) c_i. Это нулевое направление, когда частица неподвижна и восемь направлений в сторону соседних клеток [1]. При этом четыре вектора скоростей параллельны ортогональным осям, а еще четыре – развернуты к ним под углом 45°. Таким образом, в произвольный момент времени клетка содержит частицы, движущиеся во всех девяти направлениях, а общее направление движения потока в данной клетке (макроскопическая скорость u) определяется как векторная сумма скоростей всех частиц. Количество теплоты Q, характеризующее клетку, также распределено по указанным скоростным каналам (направлениям). То есть частицы, перемещаясь в конкретном направлении, переносят с собой тепловую энергию и, таким образом, в модели описывается макроскопический теплоперенос.

Если пронумеровать разрешенные направления скорости индексом i, то долю частиц, переносящих теплоту в направлении i, за шаг времени можно обозначить q_i. Тогда дискретный аналог уравнения Больцмана, применительно к процессу переноса тепла, запишется следующим образом:

$$q_i(r+c_i,t_{k+1})-q_i(r,t_k) = \Lambda_i(q), \quad (1)$$

где: r – координата клетки; c_i – единичный вектор направления скорости; t_k – дискретный момент времени; $\Lambda_i(q)$ – оператор теплообмена, характеризующий перераспределение теплоты из-за столкновения частиц, находящихся в одной клетке.

Физический смысл правой части уравнения (1) – релаксация тепловой энергии к равновесному состоянию. Именно этот член уравнения описывает микроскопический перенос тепла.

Оператор теплообмена можно вычислить по следующей формуле:

$$\Lambda_i(q) = 1/\tau_q(q_i(r,t)-q_i^{eq}(r,t)), \quad (2)$$

где q_i^{eq} – плотность равновесного распределения количества теплоты по скоростным каналам, τ_q - время тепловой релаксации, которое характеризует скорость обмена тепловой энергией между частицами вещества и связано с показателем теплопроводности.

Равновесные функции распределения q_i^{eq} определяются исходя из макроскопических значений плотности $\boldsymbol{\rho}$ и скорости $\mathbf{u}$ в клетке. Для определения явного вида данных функций можно записать асимптотическое равенство, вытекающее из распределения Максвелла-Больцмана, а затем разложить его в ряд Маклорена до членов второго порядка точности. Опуская промежуточные преобразования, запишем:

$$q_i^{eq} = W_i Q(1+3c_i u), \quad (3)$$

где W_i – специальные множители.

Конкретные числовые значения множителей Wi зависят только от модуля вектора направления скорости $|c_i|$. Их можно определить подстановкой значений векторов в выражение (3) и введением полученных выражений в уравнения законов сохранения массы, импульса и энергии. В итоге для рассматриваемой пространственной решетки с девятью разрешенными направлениями движения значения множителей будут следующими:

$$W_0 = 4/9, W_{1,2,3,4} = 1/9, W_{5,6,7,8} = 1/36 \quad (4)$$

В зависимостях (4) индекс ″0″ относится к нулевому вектору скорости, индексы ″1″ – ″4″ для векторов параллельных осям координат, индексы ″5″ – ″8″ для векторов, развернутых под углом к осям координат.

Таким образом, выражения (1) – (4) позволяют описать перенос тепла отдельной клеткой за одну итерацию клеточного автомата.

Описанные выше рассуждения полностью справедливы для клеток, находящихся внутри исследуемой области, которые имеют ровно восемь соседей. Клетки, расположенные на границах или имеющие контакт с препятствиями, должны обладать особыми свойствами. Попавшие в них частицы не перераспределяются по скоростным каналам по общим правилам, а отражаясь, возвращаются в поток. Кроме того, частицы, находящиеся в данный момент времени в граничной клетке, осуществляют теплообмен с веществом границы. Данные особенности поведения граничных клеток следует учитывать в модели процесса.

Для описания поведения у стенок потока и препятствий при моделировании движения сплошной среды нами использовался принцип отражения частиц «на полпути» от препятствия. Теплообмен на границе рассчитывался

$$q_i(r+c_i,t_{k+1}) = q_i(r,t_k)\text{-}0,5C[q_i(r,t_k)\text{-}q_i^b(r,t_k)], \quad (5)$$

где $q_i^b(r,t)$ – плотность распределения количества теплоты на стенке, C – коэффициент, учитывающий обмен теплом между сплошной средой и веществом неподвижной стенки.

Для анализа адекватности предложенной модели было создано программное приложение, имитирующее течение жидкости. В качестве объекта было взято тело сложной формы, изображенное на рис. 1. Сплошная среда двигается между двумя стенками, одна из которых имеет искривленную форму. Внутри полости имеются перегородки, образующие щель и неподвижные точечные препятствия.

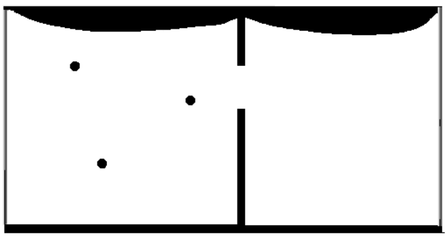

Рис. 1. Схема объекта с изогнутыми стенками и препятствиями
Fig. 1. The scheme of the object with curved walls and obstacles

Результаты моделирования представлены на рис. 2. Рассматривалось движение нагретой жидкости в направлении слева направо. Распределение температуры показано градиентом цвета. Более темными оттенками отображаются наиболее горячие зоны, более светлыми – холодные. Шкала в условных единицах температуры приведена в нижней части рисунка.

Анализируя полученные результаты можно указать:

1. Жидкость охлаждается от более холодных стенок и препятствий. Самая низкая температура наблюдается около стенок и препятствий.

2. Жидкость до прохождения через щель в целом имеет более высокую температуру, чем после прохождения. Это связано, во-первых, с большой площадью охлаждающей поверхности, через которую проходит жидкость, и, во-вторых, с вихревыми потоками, которые образуются при отражении от перегородки, стоящей на пути жидкости.

3. Распределение температуры возле точечных препятствий имеет различную форму. Это также может быть связано с вихревыми потоками жидкости, образующимися при прохождении препятствий.

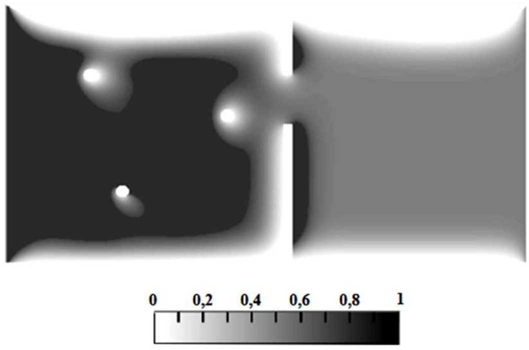

Рис. 2. Распределение температуры в объекте
Fig. 2. Heat distribution in the object

Все эти явления согласуются с реальными представлениями о процессах теплопереноса в движущейся жидкости, что свидетельствует об адекватности данного подхода.

В заключение необходимо отметить следующее.

Предложенный метод дискретного моделирования конвективного теплопереноса позволяет описывать гидродинамические и тепловые процессы в рамках единого подхода, что делает модель достаточно удобной в использовании. В отличие от классических подходов с использованием дифференциальных уравнений с частными производными предлагаемый метод позволяет легко избежать проблем постановки граничных условий на ограничивающих поверхностях сложной формы. Еще одним достоинством дискретного метода можно считать удобство моделирования процессов в неоднородных средах, что вытекает из локальности правил эволюции процесса.

Однако, рассмотренный подход не свободен от недостатков, главным из которых можно считать потребность в значительных вычислительных ресурсах. Но можно надеяться, что дальнейшее наращивание возможностей компьютерной техники, использование многопроцессорных ЭВМ и параллельных вычислений в значительной степени изменят ситуацию.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Chopard B, Dupuis A, Masselot A, Luthi P.** Cellular automata and lattice Boltzmann techniques. *Advances in Complex Systems.* 2002. V. 5. N 2. P. 1-144.
2. **Бандман О.Л.** Клеточно-автоматные модели пространственной динамики. *Системная информатика.* 2006. Вып. 10. С. 59-111.
3. **Бобков С.П.** Моделирование основных процессов переноса с использованием клеточных автоматов. *Изв. вузов. Химия и хим. технология.* 2009. Т. 52. Вып. 3. С. 109-114.
4. **Чернявская А.С., Бобков С.П.** Применение дискретных методов для моделирования течения жидкости. *Изв. вузов. Химия и хим. технология.* 2013. Т. 56. Вып. 3. С. 92-95.
5. **Fattahi E, Farhadi M, Sedighi K, Nemati H.** Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in nanofluids. *Internat. J. Thermal Sci.* 2012. 52. P. 137 – 144.

REFERENCES

1. **Chopard B, Dupuis A, Masselot A, Luthi P.** Cellular automata and lattice Boltzmann techniques. *Advances in Complex Systems.* 2002. V. 5. N 2. P. 1-144.
2. **Bandman O.L.** Cellular automaton models of spatial dynamics. *Sistemnaya informatika.* 2006. N 10. P. 59-111 (in Russian).
3. **Bobkov S.P.** Modeling of the main transport processes using cellular automata. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2009. V. 52. N 3. P. 109-114 (in Russian).
4. **Chernyavskaya A.S., Bobkov S.P.** Application of discrete methods for the simulation of fluid flow *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2013. V. 56. N 3. P. 92-95 (in Russian).
5. **Fattahi E, Farhadi M, Sedighi K, Nemati H.** Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in nanofluids. *Internat. J. Thermal Sci.* 2012. 52. P. 137 – 144.

Поступила в редакцию 16.06.2017
Принята к опубликованию 20.11.2017

Received 16.06.2017
Accepted 20.11.2017