

**А.Б. Капранова, А.В. Ганин, А.Е. Лебедев, А.И. Зайцев**

Анна Борисовна Капранова (✉), Алексей Владимирович Ганин, Анатолий Иванович Зайцев  
Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов, Ярославский государственный технический университет, 150023, Ярославль, Московский пр., д. 88, Российская Федерация  
E-mail: kapranova\_anna@mail.ru (✉), ganin.alexey@gmail.com, zaicevai07@mail.ru

Антон Евгеньевич Лебедев

Кафедра автомобильного транспорта, Ярославский государственный технический университет, 150023, Ярославль, Московский пр., д. 88, Российская Федерация  
E-mail: lae4444@mail.ru

### **МЕТОД РАСЧЕТА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ И МОЩНОСТИ ВАЛКОВОГО АППАРАТА С РЕЖИМОМ ПОДПОРА**

*На базе модели процесса движения и уплотнения дисперсных смесей в межвалковом зазоре после подпора среды горизонтальным шнековым питателем предложен метод определения интегральных характеристик валкового аппарата в зависимости от порозности рабочей среды, ее реологических свойств и конструктивно-режимных параметров проектируемого устройства.*

**Ключевые слова:** дисперсный материал, производительность, мощность привода, валковый аппарат, валковый зазор, уплотнение, режим подпора, давление подпора, порозность, модифицированный закон Кулона

**A.B. Kapranova, A.V. Ganin, A.E. Lebedev, A.I. Zaitsev**

Anna B. Kapranova (✉), Aleksey V. Ganin, Anatoliy I. Zaitsev  
Department of Theoretical Mechanics and Strength of Materials, Yaroslavl State Technical University, 150023 Yaroslavl, Moskovskiy Ave., 88, Russia

Anton E. Lebedev

Department of Road Transport, Yaroslavl State Technical University, 150023 Yaroslavl, Moskovskiy Ave., 88, Russia  
E-mail: lae4444@mail.ru

### **METHOD OF CALCULATION OF PRODUCTIVITY AND POWER OF ROLL DEVICE WITH THE REGIME OF BACKUP**

*On the basis of the model of the process of movement and compaction of disperse mixtures in the roll gap after medium backup with a horizontal screw feeder the method of determination of integral characteristics of roller machine depending on the porosity of the working medium, its rheological properties and the structural and regime parameters of the designed device was proposed.*

**Key words:** disperse material, productivity, drive power, roll device, compacting, backup pressure, porosity, Coulomb's modified law

Для достижения эффективного применения валковых уплотнителей [1] дисперсных сред требуются соответствующие им инженерные методы расчета, базирующиеся на математическом описании процесса уплотнения твердых неоднородных материалов в валковом зазоре. Сокраще-

ние энергетических затрат на указанный процесс переработки дисперсных сред может быть осуществлено при организации режима подпора уплотняемого продукта в данный зазор. Обзор литературных источников показал, что с этой задачей может успешно справиться шнековый пита-

тель, установленный горизонтально на входе в межвалковый зазор (схема лабораторного стенда на рис. 1). Использование этого дополнительного приспособления приводит к возможности существенного уменьшения радиуса  $R$  валков аппарата. Для технических приложений представляет интерес оценка давления подпора дисперсных сред  $P_{II}$  – давления на выходе из указанного питателя. Экспериментально данный параметр определялся с помощью другой опытной установки с горизонтальным шнеком, на выходе которой уплотненный материал сдвигал поршень заданной площади, соединенный с динамометром. Теоретический расчет  $P_{II}$  сводится к численному решению системы дифференциальных уравнений равновесия среды в цилиндрической системе координат с учетом изменения порозности материала с заданными физико-механическими свойствами (коэффициентами Ламэ, истинной плотностью вещества, связностью и т.д.).

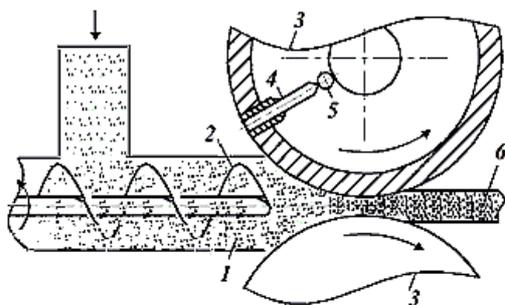


Рис. 1. Схема лабораторного стенда для исследования прокатки дисперсного материала в межвалковом зазоре: 1 – материал, 2 – шнек, 3 – валки, 4 – датчик давления, 5 – тензометрический сенсор, 6 – формируемая лента

Fig. 1. The scheme of laboratory stand for studying the rolling disperse material in the roll gap: 1 – material, 2 – worm, 3 – rolls, 4 – pressure sensor, 5 – tensometric sensor, 6 – forming tape

Для оценки энергетических параметров валкового уплотнителя применяется математическая модель движения дисперсной среды в его зазоре с учетом реализации режима подпора материала шнековым питателем [2]. Заметим, что область этого движения в межвалковом зазоре (с половинной толщиной  $h_0$ ) делится условно на две зоны (рис. 2) – опережения ( $I$ ), когда скорость формируемой ленты 2 меньше окружной скорости валков  $I$  при их равных угловых скоростях  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ , и отставания ( $II$ ), которая отсчитывается после прохождения материалом нейтральной точки на горизонтальной координатной оси.

Введенная безразмерная координата  $\xi = x(2Rh_0)^{-1/2}$  дает значения  $\xi_1, \xi_n, \xi_2$ , соответствующие различным участкам движения среды вдоль горизонтальной оси  $Ox$  рассматриваемого зазора (для положений элемента дисперсного материала

в сечениях – входа ( $A_1 - A_2$ , индекс «1»), нейтральном ( $B_1 - B_2$ , индекс « $n$ »), выхода ( $C_1 - C_2$ , индекс «2»). Согласно проведенным экспериментальным исследованиям после выхода уплотненной смеси из межвалкового зазора наблюдается эффект «разбухания» слоя, что объясняется истечением сжатого воздуха из пор твердого скелета материала. Учет физико-механических характеристик уплотняемого материала (коэффициентов Ламэ  $\mu$ , истинной плотности вещества  $\rho_T$ , значений порозности – начального  $\alpha_{20}$  и после уплотнения  $\alpha_{2k}$ , связности  $\tau_0$ , угла внутреннего трения  $\varphi_0$ ) и фильтрационных свойств газа (параметра газопроницаемости  $k$ ), а также изменения порозности смеси  $\alpha_2(\xi)$  выполняется при моделировании процесса прокатки [2] на базе методов гидродинамического описания течений жидкостей и механики гетерогенных систем [3]. Заметим, что граничное условие для относительной деформации среды вдоль горизонтальной оси формируется из требования равенства соответствующей компоненты тензора напряжений давлению подпора  $P_{II}$  в сечении  $B_1 - B_2$  [2].

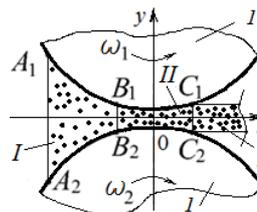


Рис. 2. Схема прокатки дисперсного материала в межвалковом зазоре с условным разделением на зоны движения:

$I$  – зона отставания,  $II$  – зона опережения, 1 – валки, 2 – формируемая лента

Fig. 2. The scheme of rolling disperse material in the roll gap with conditional division onto zones of movement:  $I$  – lag area,  $II$  – advance area, 1 – rollers, 2 – forming tape

Итак, пусть в шнековый питатель загружается дисперсная среда, поступающая после работы винта в межвалковый зазор (рис. 1, 2). При этом производительность валкового аппарата задается формулой

$$Q_2 = 2\omega R l h_1 \rho_T (1 - \varepsilon_x(\xi_n))^{-1} \alpha_2(\xi_n), \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения валков;  $l$  – их длина;  $h_1$  – половина ширины формируемой ленты;  $\rho_T$  – истинная плотность вещества среды;  $\varepsilon_x(\xi_n)$  и  $\alpha_2(\xi_n)$  – значения сеточных функций при  $\xi = \xi_n$  для горизонтальных деформаций уплотняемого материала  $\varepsilon_x$  и его порозности  $\alpha_2$  [2, 3]. Последние функциональные зависимости – результат моделирования движения дисперсного материала в указанных зонах  $I$  и  $II$  [2]. Очевидно, что равенство производительностей шнекового питателя  $Q_1$  и валкового аппарата  $Q_2$  является условием выбо-

ра режимных параметров устройства – частот вращения шнека и валков. Считается, что мощность привода валкового аппарата с частотой вращения валков  $n_1$  складывается из мощностей, расходуемых на преодоление сил трения валков о движущийся материал (с положительным знаком соответствующей мощности для зоны I и отрицательным – для зоны II)

$$N_2 = N_1 + N_{II}, \quad (2)$$

где согласно приближению о постоянстве скорости твердого скелета выполняется равенство

$$V_{2x} = Q_2 [1 - \varepsilon_x(\xi)] [2h_1 \rho_T \alpha_2(\xi)]^{-1}, \quad (3)$$

в зоне отстаивания (при  $\xi = \xi_n$ ) имеем

$$N_1 = l(h_0 R^{-1})^{1/2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} (R - h_0 \xi^2) \tau(\xi) V_{2x}(\xi) d\xi, \quad (4)$$

$$N_{II} = -l(h_0 R^{-1})^{1/2} V_{2x}(\xi_n) \int_{\xi_1}^{\xi_n} \tau(\xi) d\xi, \quad (5)$$

Контактные напряжения  $\tau(\xi)$  среды при ее прокатке в зазоре в выражениях (3), (4) описываются модифицированным законом Кулона [4] в зависимости от нормального давления валков (давления прокатки)  $P$  на уплотняемую среду в следующих представлениях для указанных зон I (при значении связности  $\tau_0$ ) и II соответственно

$$\tau = \tau_0 + \mu_B P (\xi - \xi_n)^s (\xi_1 - \xi_n)^{-s}, \quad (6)$$

$$\tau = \mu_B P (\xi_n - \xi)^s (\xi_n - \xi_2)^{-s}, \quad (7)$$

В формулах (6) и (7) константа  $\mu_B$  учитывает физико-механические свойства дисперсного материала, давление его подпора шнековым питателем  $P_{II}$  и конструктивные параметры шнека, а коэффициент  $s$  – проскальзывание материала вблизи поверхностей валков. Приведем примеры расчета искомых энергетических параметров при движении и уплотнении при давлении подпора  $P_{II} = 2,0$  МПа в межвалковом зазоре дисперсных сред двух видов. В состав рабочих веществ кроме основных наполнителей (для смеси № 1 – барита (27%), базальтовой ваты (15%); для смеси № 2 – неорганического волокнистого наполнителя (26%), графита (9%)) входят и другие компоненты со связующим веществом, причем размер составляющих смеси компонентов не превышает 1,2 мм. Физико-механические свойства указанных материалов задаются с помощью следующих констант:  $\lambda = 8,73 \cdot 10^3$  Па;  $\mu = 8,05 \cdot 10^3$  Па;  $\rho_T = 8,4 \cdot 10^2$  кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha_{20} = 0,5$ ;  $\alpha_{2k} = 0,54$ ;  $\tau_0 = 1,05 \cdot 10^3$  Па;  $\varphi_0 = 44^\circ$  (смесь № 1);  $\lambda = 1,22 \cdot 10^4$  Па;  $\mu = 1,12 \cdot 10^4$  Па;  $\rho_T = 9,7 \cdot 10^2$  кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha_{20} = 0,51$ ;  $\alpha_{2k} = 0,55$ ;  $\tau_0 = 0,8 \cdot 10^3$  Па;  $\varphi_0 = 47^\circ$  (смесь № 2). Отметим, что указанный материал имеет IV класс текучести по методике Керра [5] с характерным пределом изменения степени уплотнения  $\eta = (22-28)\%$ . В частности, приведенные выше значения коэффициентов Ламэ  $\lambda$  и

$\mu$ , которые характеризуют упругие свойства рабочих сред при малых деформациях, определяются с помощью винтового компрессионного прибора [5]. В частности, первоначально рассчитывался параметр  $(\lambda + 2\mu)$  в приближении обобщенного закона Гука [3] с обработкой методом наименьших квадратов по опытными данным о пористости вязкоупругого образцов смесей № 1, 2 и их упругих расширениях после снятия нагрузки одноосного сжатия. Учитывая выражения  $v = \lambda / [2(\lambda + \mu)]$  и  $v = f_b / (1 - f_b)$  для связи между коэффициентами Пуассона  $\nu$ , Ламэ  $\lambda$  и  $\mu$ , бокового давления  $f_b$ , равного коэффициенту трения стальной ленты по исследуемой смеси при выдерживании данной ленты из образца, находящегося под нагрузкой, конкретизируются значения  $\lambda$  и  $\mu$ . При этом значения параметра  $(\lambda + 2\mu)$  равны  $2,50 \cdot 10^4$  Па и  $3,44 \cdot 10^4$  Па;  $f_b = (0,26 \pm 0,06)$  соответственно для смесей № 1 и № 2. Остальные параметры – значения истинной плотности вещества  $\rho_T$ , угла внутреннего трения  $\varphi_0$  и связности  $\tau_0$  оцениваются по стандартным методикам для твердых дисперсных сред [7]. Например, параметр связности  $\tau_0 = H_0 \rho_H / 4$  соответствует начальному сопротивлению материала прямому сдвигу и определяется с помощью диаграмм Мора [7] при измерении предельной высоты  $H_0$  засыпанной в ящик неуплотненной дисперсной среды с насыпной плотностью  $\rho_H$  после откидывания одной из его стенок.

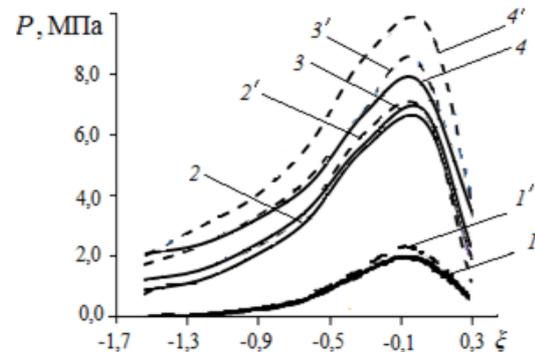


Рис. 3. Сравнение теоретико-экспериментальных зависимостей  $P(\xi)$  для смеси № 1:  $R=1,0 \cdot 10^{-1}$  м; 1, 1' – РП=0; 2, 2', 3, 3', 4, 4' – РП=1,0 МПа; 1, 1', 4, 4' –  $n_1=20$  мин<sup>-1</sup>; 2, 2' –  $n_1=15$  мин<sup>-1</sup>; 3, 3' –  $n_1=10$  мин<sup>-1</sup>; теория [2]: сплошные линии 1-4; опытные данные: пунктир 1'-4'

Fig. 3. Comparison of theoretical and experimental curves  $P(\xi)$  for the mixture № 1:  $R=1.0 \cdot 10^{-1}$  m; 1, 1' – РП=0; 2, 2', 3, 3', 4, 4' – РП=1.0 МПа; 1, 1', 4, 4' –  $n_1=20$  min<sup>-1</sup>; 2, 2' –  $n_1=15$  min<sup>-1</sup>; 3, 3' –  $n_1=10$  min<sup>-1</sup>; theory from [2]: the solid lines 1-4; experimental data: dashed lines 1'-4'

Удельное давление  $P$  на среду со стороны валков теоретически рассчитывается в зонах I и II (рис. 1) на основе методов гидродинамики прокатки [2], а в экспериментальных исследованиях  $P$  соответствует диаграммам удельных давлений в зазоре в зависимости от длины дуги контакта

между материалом и поверхностью верхнего вала – показаний датчика 4, вмонтированного в верхний валок 3 и сопряженного с тензометрическим сенсором 5 (рис. 1). Пример сравнения теоретико-экспериментальных зависимостей  $P(\zeta)$  для смеси № 1 с дополнительным подпором (кривые 2, 2', 3, 3', 4, 4') и без него (кривые 1, 1') показан на рис. 3.

Разброс опытных и теоретических значений при возрастании частоты вращения валков объясняется эффектом сжатия газообразной фазы в порах уплотняемой среды в зоне II (рис. 2), что не учтено в расчетах  $P(\zeta)$  [2]. Расчетные и опытные значения для производительности и мощности привода валкового аппарата ( $R = 1,0 \cdot 10^{-1}$  м;  $h_0 = 3,50 \cdot 10^{-3}$  м;  $l = 6,0 \cdot 10^{-2}$  м;  $h_1 = 2,5 \cdot 10^{-2}$  м) с подпором материала шнековым питателем (кривые 2, 2', 3, 3', 4, 4', рис. 3) (при шаге винта  $h_w = 3,5 \cdot 10^{-2}$  м; внутренним и внешним диаметрами шнека –  $d = 2,0 \cdot 10^{-2}$  м;  $D = 3,5 \cdot 10^{-2}$  м; его длиной  $L = 3,0 \cdot 10^{-1}$  м) получены с удовлетворительным согласием и относительной погрешностью (9-10)% [6] (рис. 4 а, б).

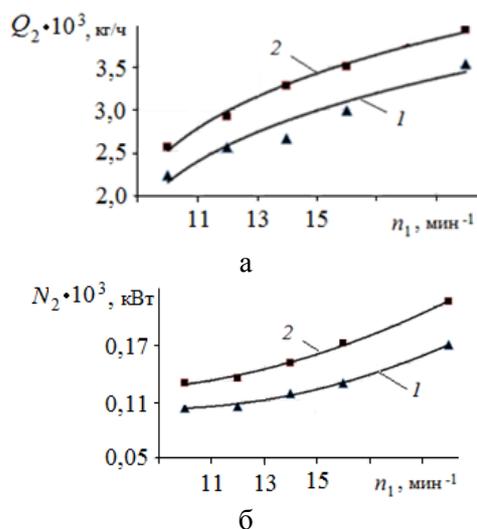


Рис. 4. Интегральные характеристики валкового устройства с режимом подпора дисперсного материала шнековым питателем в зависимости от частоты вращения валков: а)  $Q_2(n_1)$ ; б)  $N_2(n_1)$ ; 1 – смесь № 1; 2 – смесь № 2; теория: сплошные линии; опытные данные: точки

Fig. 4. Integral characteristics of roller device with the regime of backup of disperse material by a screw feeder as a function of the rotational speed of the rolls: а)  $Q_2(n_1)$ ; б)  $N_2(n_1)$ ; 1 – mixture № 1; 2 – mixture № 2; the theory: solid lines; experimental data: point

Производительность валкового аппарата в режиме подпора нелинейно растет с увеличением значения режимного параметра устройства согласно полученным результатам, приведенным на рис. 4 а. Из графиков 1 и 2 для исследуемых дисперсных смесей видно, что с ростом частоты вращения валков происходит замедление возрастания

функции  $Q_2(n_1)$ , а в соответствии с теоретико-экспериментальными данными рис. 4 а, б для мощности привода валков в зависимости от режимного параметра наблюдается убывание функции  $N_2(n_1)$  с ростом значений  $n_1$ .

Анализируя указанные графики на рис. 3 и 4а, можно выделить пределы изменения режимного  $n_1 = (10-15)$  мин<sup>-1</sup> при достижении заданных значений давления прокатки материалов в диапазоне (5,5-7,0) МПа в условиях равенства производительностей валковой части аппарата  $Q_2$  и шнекового питателя  $Q_1$ . Характер энергетических показателей при прокатке смесей № 1 и № 2 для указанной мощности  $N_2$  определяется физико-механическими свойствами дисперсных материалов.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках базовой части (проект № 626, № госрегистрации 01201460402).

#### ЛИТЕРАТУРА

- Капанова А.Б., Дубровин А.В., Зайцев А.И. // Изв. вузов. Химия и хим. технология. 2012. Т. 52. Вып. 12. С. 116-118; Капанова А.Б., Дубровин А.В., Зайцев А.И. // Изв. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol. 2012. V. 52. N 12. P. 116-118 (in Russian).
- Ганин А.В., Капанова А.Б. // Современ. пробл. науки и образования. 2012. Вып. 6 (Электронный журнал). URL: www.science-education.ru/106-7341; Ganin A.V., Kapranova A.B. // Sovremennye problem nauki i obrazovaniya. 2012. N 6 (Electronic journal). URL: www.science-education.ru/106-7341 (in Russian).
- Нигматулин Ф.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука. 1978. 336 с.; Nigmatulin F.I. Fundamentals of heterogeneous mediums mechanics. M.: Nauka. 1978. 336 p. (in Russian).
- Капанова А.Б., Ганин А.В., Бакин М.Н. Определение параметров модифицированного закона Кулона при прокатке дисперсного материала с подпором // Математические методы в технике и технологиях ММТТ-26. Саратов: Изд-во. 2013. С. 38-39; Kapranova A.B., Ganin A.V., Bakin M.N. Parameters determination of Coloumb's modifies low at rolling disperse material with backup // Mathematical Methods in Technics and Technologies - ММТТ-26. Saratov. 2013. P. 38-39 (in Russian).
- Капанова А.Б., Зайцев А.И. Механическое уплотнение тонкодисперсных материалов. М.: Экон-информ. 2011. 247 с.; Kapranova A.B., Zaitsev A.I. Mechanical densification of fine materials. M.: Ekon-inform. 2011. 247 p. (in Russian).
- Капанова А.Б., Ганин А.В., Бакин М.Н. Оценка энергетических параметров валкового аппарата с режимом подпора // Математические методы в технике и технологиях - ММТТ-26. Саратов. 2013. С. 41-43; Kapranova A.B., Ganin A.V., Bakin M.N. Estimation of energy parameters of roll device with backup regime // Mathematical Methods in Technics and Technologies ММТТ-26. Saratov. 2013. P. 41-43 (in Russian).
- Макаров Ю.И. Аппараты для смешения сыпучих материалов. М.: Машиностроение. 1973. 216 с.; Makarov Yu.I. Devices for mixing bulk solids. M.: Mashinostroenie. 1973. 216 p. (in Russian).