

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ВЫБОРА ТЕХНОЛОГИЙ И ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД ГАЛЬВАНИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА

Б.В. Ермоленко, Е.Н. Кузин

Борис Викторович Ермоленко (ORCID 0000-0003-1144-0477), Евгений Николаевич Кузин (ORCID 0000-0003-2579-3900)\*

Кафедра промышленной экологии Российский химико-технологический университет им. Д. И. Менделеева, Миусская пл., 9, Москва, Российская Федерация, 125047

E-mail: e.n.kuzin@mail.ru\*

*Вопросам энерго- и ресурсоэффективности уделяется все больше внимания, ввиду чего для действующих технологических процессов на первый план выходит решение оптимизационных задач, с целью оптимизации материальных затрат. Не менее важным остается оценка человеческого ресурса, а также минимизация возможности ошибок на стадии принятия решения о внедрении/проектировании новых процессов. Именно экологическая сфера сопряжена с высокой степенью инвестиционных рисков и требует тщательного подхода к обоснованию внедрения природоохранных технологий. В рамках проделанной работы предложена концепция автоматизированного принятия решения и разработана экономика-математическая модель решения задачи оптимизации для выбора технологии или оборудования систем очистки сточных вод предприятия на примере предприятий электрохимического направления (гальванотехническое производство) на стадии обоснования инвестиций. В качестве основного средства для обработки входных данных предложено использовать программные комплексы, основанные на применении методов частично-целочисленного линейного программирования. В качестве входных параметров системы выбраны изначальные концентрации загрязняющих веществ, объемный расход и требуемая эффективность очистки. Рассмотрены основные технологии очистки и обезвреживания сточных вод гальванического производства, используемые в настоящее время или входящие в перечень наилучших доступных технологий. Предложена модель, позволяющая осуществлять выбор методов и аппаратного оформления процессов многоступенчатой очистки с достижением требуемого качества отводимых вод с минимальными интегральными затратами на создание и эксплуатацию проектируемой системы. Предложенная математическая модель может быть использована как в качестве обучающего средства для подготовки специалистов по водоочистке, так и управленческим персоналом в процессе выбора и обоснования природоохранных мероприятий или на стадии шефнадзора за поставщиками оборудования.*

**Ключевые слова:** водоочистка, гальванические сточные воды, метод частично-целочисленного линейного программирования, оптимизация

## OPTIMIZATION OF THE PROCESS OF SELECTION OF TECHNOLOGIES AND EQUIPMENT FOR PURIFICATION OF WASTEWATER OF ELECTROPLATE PRODUCTION

B.V. Ermolenko, E.N. Kuzin

Boris V. Ermolenko (ORCID: 0000-0003-1144-0477), Evgeniy N. Kuzin (ORCID: 0000-0003-2579-3900)\*

Department of industrial Ecology, Mendeleev University of Chemical Technology of Russia, Miusskaya sq., 9 Moscow, 125047, Russia

E-mail: e.n.kuzin@mail.ru\*

*More and more attention is being paid to energy and resource efficiency issues, which is why for existing technological processes the solution of optimization problems comes to the fore in order to optimize material costs. No less important is the assessment of the human resource, as well*

*a minimizing the possibility of errors at the stage of making a decision on the implementation / design of new processes. It is the environmental sphere that is associated with a high degree of investment risks and requires a careful approach to justifying the introduction of environmental technologies. As part of the work done, the concept of automated decision making was proposed and an economic and mathematical model was developed for solving the optimization problem for choosing a technology or equipment for wastewater treatment systems of an enterprise using the example of electrochemical enterprises (electroplating production) at the stage of justifying investments. As the main tool for processing input data, it is proposed to use software systems based on the use of partial-integer linear programming methods. As input parameters of the system, the initial concentrations of pollutants, volume flow and the required cleaning efficiency are selected. The main technologies for the treatment and neutralization of wastewater from galvanic production, which are currently used or included in the list of the best available technologies, are presented, and a model is proposed that allows the choice of methods and instrumentation for multi-stage treatment processes to achieve the required quality of discharged water with minimal integral costs for the creation and operation of the designed system. The proposed mathematical model can be used both as a training tool for training specialists in water treatment, and for management personnel in the process of selecting and justifying environmental protection measures or at the stage of supervision of equipment suppliers.*

**Key words:** water treatment, electrochemical waste water integrated mixed-integer linear programming (MILP), optimization

**Для цитирования:**

Ермоленко Б.В., Кузин Е.Н. Оптимизация процесса выбора технологий и оборудования для очистки сточных вод гальванического производства. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2024. Т. 67. Вып. 2. С. 111–118. DOI: 10.6060/ivkkt.20246702.6913.

**For citation:**

Ermolenko B.V., Kuzin E.N. Optimization of the process of selection of technologies and equipment for purification of wastewater of electroplate production. *ChemChemTech [Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.]*. 2024. V. 67. N 2. P. 111–118. DOI: 10.6060/ivkkt.20246702.6913.

## ВВЕДЕНИЕ

Развитие промышленного производства приводит к неизбежному увеличению потребления пресной воды, и, как следствие, увеличению объемов образования сточных вод. Производство новых продуктов приводит к необходимости использования новых веществ и технологий, что в свою очередь значительно расширяет спектр загрязняющих веществ в составе сточных вод.

Ассортимент выпускаемой продукции, мощности производства, отличие видов используемого сырья и технологий его переработки, а, следовательно, состава и структуры образующихся стоков, огромные объемы, разнообразие загрязняющих компонентов, доступные площади и допустимые финансовые затраты на процессы очистки воды делают задачу разработки технологии водочистки индивидуальной и в большинстве случаев делают применение типового оборудования технологически или экономически нецелесообразным или вовсе не позволяют использовать типовые решения.

Наличие в каждом конкретном случае множества альтернативных решений делает правомерной, особенно при наличии достаточно жестких финансовых ограничений, постановку задачи выбора из этого множества наиболее эффективного варианта, руководствуясь критерием, заданным проектировщиком или заказчиком.

Вопросам математической оптимизации параметров процесса очистки уделяется достаточно большое внимание [1-5]. Ряд работ посвящены оптимизации параметров очистки, переносу загрязняющих веществ, оценке негативного воздействия [6-9]. Однако, необходимо отметить, что работ, посвященных непосредственно оптимизации процесса подбора очистного оборудования, практически нет. Для моделирования процессов очистки воды могут быть использованы различные программные комплексы [10-12], однако наиболее перспективным с точки зрения авторов работы и других исследователей [13-15] является модель на основе частично-целочисленного линейного программирования.

*Неформализованная постановка задачи*

В неформализованном виде задача оптимального проектирования системы очистки сточных вод на стадии обоснования инвестиций может быть сформулирована следующим образом.

При заданных объемах образования сточных вод, видах загрязняющих веществ в стоке, их концентрациях и требованиях к качеству отводимых вод *выбрать* для проектируемой системы: количество ступеней очистки, метод очистки на каждой ступени, тип технологического оборудования, реализующего этот метод, его производительность и изготовителя оборудования такие, что *требования* к качеству отводимых вод *удовлетворяются* с минимумом интегральных затрат, связанных со строительством и эксплуатацией создаваемой системы очистки.

Полученный результат будет представлять собой продукт оптимизации как технологической схемы очистки сточных вод, так и экономической составляющей, что обуславливает высокую актуальность предполагаемой работы.

*Описание объекта моделирования и оптимизации.* В качестве объекта моделирования и оптимизации выступает система очистки сточных вод, состоящая из  $n_s^{\text{ступ.оч}}$  последовательных ступеней очистки. Возможности выбора наиболее эффективного варианта аппаратного оформления процесса доведения качества сточных вод до допустимого уровня обуславливается наличием для каждой из ступеней достаточно широкого спектра альтернатив. Каждой ступени ставятся в соответствие определенные множества потенциальных методов очистки, типов очистного оборудования с учетом его производительности, значений коэффициентов очистки, изготовителя и стоимости.

*Множества моделируемых элементов объекта.* Для формализованного представления процесса проектирования системы очистки сточных вод вводятся следующие множества, описывающие моделируемые элементы объекта:

$J^{\text{зв}} = \{1, 2, \dots, j, \dots, n_{j^{\text{зв}}}\}$  – множество загрязняющих веществ, поступающих на очистку со сточными водами предприятия;

$S^{\text{ступ.оч}} = \{1, 2, \dots, s, \dots, n_{s^{\text{ступ.оч}}}\}$  – множество ступеней очистки сточных вод;

$M_s^{\text{мет.оч}} = \{1, 2, \dots, m, \dots, n_{M_s^{\text{мет.оч}}}\}$  – множество методов очистки сточных вод предприятия, которые могут быть применены на  $s$ -й ступени очистки;

$T_m^{\text{тип.об}} = \{1, 2, \dots, t, \dots, n_{T_m^{\text{тип.об}}}\}$  – множество типов оборудования, реализующего  $m$ -й метод очистки;

$I_t^{\text{изг.об}} = \{1, 2, \dots, i, \dots, n_{I_t^{\text{изг.об}}}\}$  – множество изготовителей оборудования  $t$ -го типа;

$P_{ti}^{\text{произ.об}} = \{1, 2, \dots, p, \dots, n_{P_{ti}^{\text{произ.об}}}\}$  – множество градаций производительности оборудования  $t$ -го типа  $i$ -го изготовителя.

*Переменные задачи.* В качестве переменных задачи выступают следующие действительные, бинарные и целочисленные переменные:

*Действительные переменные.*

$X_{j s}^{\text{зв.вх}}$  – количество  $j$ -го загрязняющего вещества в сточных водах на входе  $s$ -й ступени очистки;

$X_{j s}^{\text{зв.вых}}$  – количество  $j$ -го загрязняющего вещества в сточных водах на выходе  $s$ -й ступени очистки;

$X_{j \text{тип } m s}^{\text{зв.вх}}$  – количество  $j$ -го загрязняющего вещества в сточных водах на входе очистного оборудования  $t$ -го типа, реализующего  $m$ -й метод очистки, обладающего  $p$ -й производительностью каждое, изготовленного  $i$ -й компанией и подлежащего установке на  $s$ -й ступени очистки, кг/ч;

$X_{j \text{без оч. } s}^{\text{зв.вх}}$  – количество  $j$ -го загрязняющего вещества в сточных водах на входе  $s$ -й ступени при отсутствии на ней очистки, кг/ч;

$X_s^{\text{произ.пл}}$  – потребность в производственной площади для размещения очистного оборудования  $s$ -й ступени, м<sup>2</sup>;

$Y_s^{\text{вод.вх}}$  – поток сточных вод на входе в  $s$ -ю ступень очистки, м<sup>3</sup>/ч;

$Y_s^{\text{вод.вых}}$  – поток сточных вод на выходе  $s$ -й ступени очистки, (м<sup>3</sup>/ч);

$Y_{\text{тип } m s}^{\text{вод.вх}}$  – поток сточных вод на входе очистного оборудования  $t$ -го типа, реализующего  $m$ -й метод очистки, обладающего  $p$ -й производительностью каждое, изготовленного  $i$ -й компанией и подлежащего установке на  $s$ -й ступени очистки, м<sup>3</sup>/ч;

$Y_{\text{без оч. } s}^{\text{вод.вх}}$  – поток на входе  $s$ -й ступени без реализации на ней очистки, м<sup>3</sup>/ч.

*Бинарные переменные.*

$\dot{X}_{m s}^{\text{мет.оч}} = \{1, 0\}$  – бинарная переменная, равная 1, если принимается решение использовать на  $s$ -й ступени  $m$ -й метод очистки, и равная 0 в противном случае;

$\dot{X}_s^{\text{ступ.оч}} = \{1, 0\}$  – бинарная переменная, равная 1, если принимается решение осуществлять очистку на  $s$ -й ступени, и равная 0 в противном случае;

$\dot{X}_{\text{тип } m s}^{\text{оч.обор}} = \{1, 0\}$  – бинарная переменная, равная 1, если принимается решение применять на

s-й ступени очистки очистное оборудование (аппараты) t-го типа, реализующее m-й метод очистки, обладающее p-й производительностью, изготовленное i-й компанией, и равная 0 в противном случае.

*Целочисленные переменные.*

$X_{tipm_s}^{оч.обор} = \{0, 1, 2, \dots\}$  – целочисленная переменная, соответствующая количеству параллельных аппаратов t-го типа, реализующих m-й метод очистки, обладающих p-й производительностью каждый, изготовленных i-й компанией и подлежащих установке на s-й ступени очистки.

*Операционно-потоковая схема.* На рис. 1 изображена операционно-потоковая схема моделируемой системы очистки сточных вод.

В этом случае после объединения потоков схема будет состоять из 8 ступеней очистки [16-29] ( $n_{с\text{ступ.оч}} = 8$ ) со следующими операционными назначениями (функциями) и потенциальными методами очистки для каждой s-й ступени:

кислотно-щелочные стоки - высокоминерализованные стоки с постоянно изменяющимся содержанием тяжелых металлов и анионным составом; хромсодержащие стоки - промывные воды процесса нанесения покрытий с высоким содержанием соединений хрома (VI);

цианосодержащие сточные воды – промывные сточные воды процессов нанесения гальванических покрытий с использованием цианистых электролитов.

В этом случае после объединения потоков схема будет состоять из 8 ступеней очистки [16-29] ( $n_{с\text{ступ.оч}} = 8$ ) со следующими операционными назначениями (функциями) и потенциальными методами очистки для каждой s-й ступени:

**s=1** – очистка от взвешенных веществ и коллоидов

$M_1^{мет.оч} = \{ \text{Коагуляция, Флокуляция, Сепарация, Отстаивание, Фильтрация} \}$

**s=2** – очистка от ПАВ и нефтепродуктов

$M_2^{мет.оч} = \{ \text{Электрофлотация, Напорная флотация, Коагуляция, Адсорбция, Окисление реагентами, содержащими: активный хлор, перекись водорода, перманганат калия, озон, ферраты} \}$

**s=3** – очистка от растворенных органических примесей

$M_3^{мет.оч} = \{ \text{Экстракция, Адсорбция, Окисление} \}$

**s=4** – очистка от ионов хрома (VI)

$M_4^{мет.оч} = \{ \text{Восстановление солями сернистой кислоты, соединениями железа, сульфидами, электрокоагуляция, гальванокоагуляция, ионный обмен, электродиализ, обратный осмос, биоремедиация} \}$

**s=5** – очистка от цианидов

$M_5^{мет.оч} = \{ \text{Окисление реагентами, содержащими: активный хлор, перекись водорода, перманганат калия, озон, ферраты, ионный обмен, электродиализ, обратный осмос, электролиз, адсорбция} \}$

**s=6** – очистка от ионов тяжелых металлов

$M_6^{мет.оч} = \{ \text{Нейтрализация (Осаждение в форме гидроксидов), Коагуляция, Флокуляция, Электрокоагуляция, Гальванокоагуляция, Электролиз} \}$

**s=7** – доочистка от ионов тяжелых металлов

$M_7^{мет.оч} = \{ \text{Осаждение в форме сульфидов, Осаждение в форме карбонатов, Ионнообмен, Электродиализ, Обратный осмос, Адсорбция} \}$ ,

**s=8** – очистка от других растворенных неорганических примесей

$M_8^{мет.оч} = \{ \text{Соосаждение, Ионный обмен, Электродиализ, Обратный осмос, Выпаривание} \}$

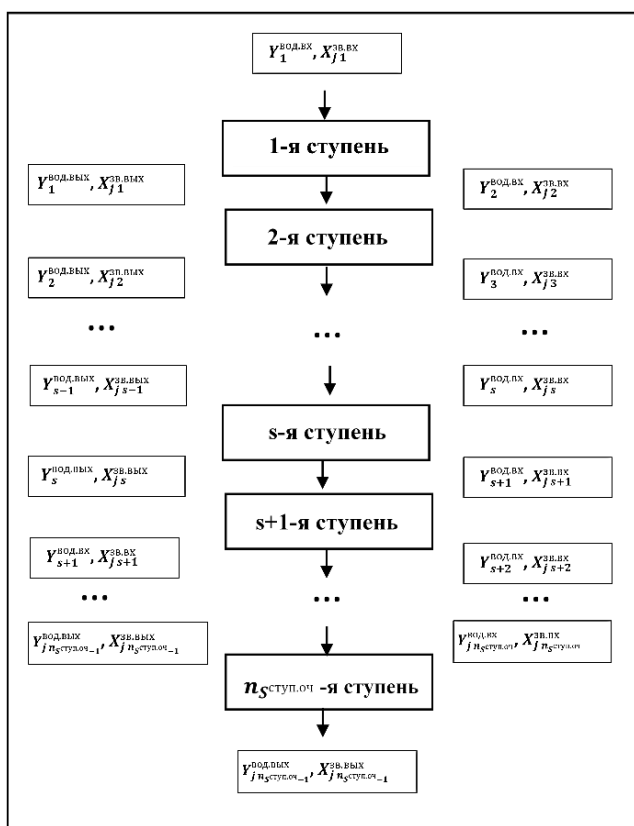


Рис. 1. Операционно-потоковая схема системы очистки сточных вод

Fig. 1. Operational flow diagram of the wastewater treatment system

На вход операционно-потоковой схемы может поступать как поток сточных вод с индивидуальным источником его образования, так и смешанный поток, образованный объединением нескольких индивидуальных потоков.

Примером такого смешанного потока может служить объединенный поток гальванического производства, состоящий из сточных вод [16]:

Для других групп производств осуществляется выбор своего максимального количества ступеней очистки, их операционного назначения и множеств потенциальных методов снижения загрязнения сточных вод при той же структуре создаваемой математической модели и используемом программном обеспечении.

*Область допустимых решений задачи оптимизации – Q*

*Начальные условия*

$Y_1^{\text{вод.вх}} = W^{\text{вод.вх}}$  – поток сточных вод ( $\text{м}^3/\text{ч}$ ) на входе первой ступени очистки ( $s=1$ );

$C_{j1}^{\text{зв.вх}}$  – концентрация  $j$ -го загрязняющего вещества ( $\text{мг}/\text{дм}^3$ ) в сточных водах, поступающих на первую ступень очистки ( $s=1$ ), для  $\forall j \in J^{\text{зв}}$ ;

$X_{j1}^{\text{зв.вх}} = 10^{-3} \cdot C_{j1}^{\text{зв.вх}} \cdot W^{\text{вод.вх}}$  – количество  $j$ -го загрязняющего вещества ( $\text{кг}/\text{ч}$ ) в сточных водах на входе первой ступени очистки ( $s=1$ ), для  $\forall j \in J^{\text{зв}}$ ;

*Выбор аппаратного оформления процесса, для  $\forall s \in S^{\text{оч}}$*

1. Условие единственности выбора метода очистки на  $s$ -й ступени из множества возможных методов, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$

$$\sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \dot{X}_{ms}^{\text{мет.оч}} = \dot{X}_s^{\text{ступ.оч}}.$$

2. Условие единственности выбора типа –  $t$ , производительности –  $p$  и изготовителя (поставщика) –  $i$  очистного оборудования, реализующего  $m$ -й метод очистки на  $s$ -й ступени, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$  и  $\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}$

$$\sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} \dot{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}} = \dot{X}_{ms}^{\text{мет.оч}}$$

3. Ограничение на количество параллельных аппаратов  $t$ -го типа, реализующих  $m$ -й метод очистки, обладающих  $p$ -й производительностью каждый, изготовленных  $i$ -й компанией и подлежащих установке на  $s$ -й ступени очистки, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$ ,  $\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}$ ,  $\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}$ ,  $\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}$ ,  $\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}$

$$N_{tm}^{\text{мин обор}} \cdot \dot{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}} \leq \dot{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}} \leq N_{tm}^{\text{макс обор}} \cdot \dot{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}},$$

где  $N_{tm}^{\text{мин обор}}$  – задаваемое проектировщиком минимальное количество аппаратов  $t$ -го типа, реализующих  $m$ -й метод очистки, которые могут устанавливаться параллельно на  $s$ -й ступени очистки;  $N_{tm}^{\text{макс обор}}$  – задаваемое проектировщиком максимальное количество аппаратов  $t$ -го типа, реализующих  $m$ -й метод очистки, которые могут устанавливаться параллельно на  $s$ -й ступени очистки.

4. Ограничение по производительности (пропускной способности) оборудования  $s$ -й ступени очистки, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$

$$\leq \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} W_{tpm}^{\text{макс произ}} \cdot \dot{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}} \leq Y_s^{\text{вод.вх}}$$

где  $W_{tpm}^{\text{макс произ}}$  – максимальная производительность (пропускная способность) оборудования  $t$ -го типа  $p$ -й производительности, реализующее  $m$ -й метод очистки,  $\text{м}^3/\text{ч}$ .

5. Потребность в производственных площадях для размещения оборудования  $s$ -й ступени очистки, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$

$$= \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} \tilde{S}_{tipm}^{\text{произ.пл}} \cdot \dot{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}}$$

где  $\tilde{S}_{tipm}^{\text{произ.пл}}$  – потребность в производственной площади для размещения очистного оборудования  $t$ -го типа, реализующего  $m$ -й метод очистки, обладающего  $p$ -й производительностью каждое, изготовленного  $i$ -й компанией и подлежащего установке на  $s$ -й ступени очистки,  $\text{м}^2$ .

6. Ограничения на потребность в производственных площадях

$$\sum_{\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}} X_s^{\text{произ.пл}} \leq S^{\text{макс произ.пл}},$$

где  $S^{\text{макс произ.пл}}$  – максимальная производственная площадь, которая может быть выделена под очистное оборудование,  $\text{м}^2$ .

*Потоки сточных вод,  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$*

7. Баланс потоков сточных вод ( $\text{м}^3/\text{ч}$ ) на выходе  $s$ -й ступени и входе  $s+1$ -й ступени очистки операционной линии, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$

$$Y_{s+1}^{\text{вод.вх}} = Y_s^{\text{вод.вых}}.$$

8. Поток сточных вод ( $\text{м}^3/\text{ч}$ ) на входе  $s$ -й ступени очистки с учетом разных вариантов аппаратного оформления технологического процесса и возможности отсутствия очистки на  $s$ -й ступени, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$

$$= \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} Y_{tipms}^{\text{вод.вх}} + Y_{\text{без оч.}s}^{\text{вод.вх}}$$

Графическая иллюстрация формирования этого потока представлена на рис. 2.

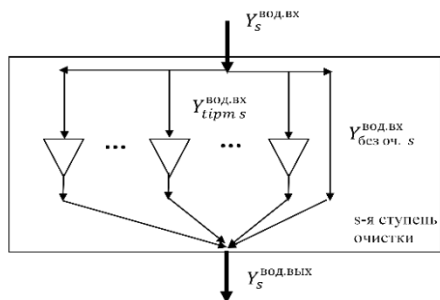


Рис. 2. Формирование потока s-й ступени при выполнении условия единственности его выбора  
 Fig. 2. Formation of the s<sup>th</sup> stage flow when the condition of uniqueness of its choice is met

9. Обеспечение условия единственности потока сточных вод на входе s-й ступени очистки на основе условия единственности выбора оборудования ступени, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$ ,  $\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}$ ,  $\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}$ ,  $\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}$ ,  $\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}$

$$0 \leq Y_{тип\ m\ s}^{\text{вод.вх}} \leq M \cdot X_{тип\ m\ s}^{\text{оч.обор}}$$

$$0 \leq Y_{без\ оч.\ s}^{\text{вод.вх}} \leq M \cdot (1 - X_s^{\text{ступ.оч}}),$$

где M – большое положительное число, задаваемое проектировщиком.

10. Поток сточных вод (м<sup>3</sup>/ч) на выходе s-й ступени очистки с учетом потерь воды в технологическом процессе при наличии разных вариантов его аппаратурного оформления, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$

$$Y_s^{\text{вод.вых}} = \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} (1 - k_{тип\ m}^{\text{пот.вод}}) \cdot Y_{тип\ m\ s}^{\text{вод.вх}} + Y_{без\ оч.\ s}^{\text{вод.вх}}$$

где  $k_{тип\ m}^{\text{пот.вод}}$  – коэффициент потерь воды после очистки сточных вод на очистном оборудовании t-го типа, реализующем m-й метод очистки, обладающем p-й производительностью каждое, изготовленном i-й компанией.

*Очистка сточных вод от загрязняющих веществ, для  $\forall j \in J^{\text{ЗВ}}$*

11. Баланс масс (кг/ч) j-го загрязняющего вещества в сточных водах на выходе s-й ступени и входе s+1-й ступени очистки, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$  и  $\forall j \in J^{\text{ЗВ}}$

$$X_{j\ s}^{\text{ЗВ.вых}} = X_{j\ s+1}^{\text{ЗВ.вх}}$$

12. Количество j-го загрязняющего вещества (кг/ч) в сточных водах на входе s-й ступени очистки с учетом разных вариантов аппаратурного оформления технологического процесса, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$  и  $\forall j \in J^{\text{ЗВ}}$

$$X_{j\ s}^{\text{ЗВ.вх}} = \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} X_{тип\ m\ s}^{\text{ЗВ.вх}} + X_{j\ без\ оч.\ s}^{\text{ЗВ.вх}}$$

13. Обеспечение условия единственности массы j-го загрязняющего вещества в потоке сточных вод на входе s-й ступени очистки на основе условия единственности выбора оборудования ступени, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$ ,  $\forall j \in J^{\text{ЗВ}}$ ,  $\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}$ ,  $\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}$ ,  $\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}$ ,  $\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}$

$$0 \leq X_{тип\ m\ s}^{\text{ЗВ.вх}} \leq M \cdot X_{тип\ m\ s}^{\text{оч.обор}}$$

$$0 \leq X_{j\ без\ оч.\ s}^{\text{вод.вх}} \leq M \cdot (1 - X_s^{\text{ступ.оч}}),$$

где M – большое положительное число, задаваемое проектировщиком.

14. Количество j-го загрязняющего вещества в сточных водах на выходе оборудования s-й ступени очистки с учетом разных вариантов аппаратурной реализации процесса и значений эффективных коэффициентов очистки, для  $\forall s \in S^{\text{ступ.оч}}$  и  $\forall j \in J^{\text{ЗВ}}$

$$X_{j\ s}^{\text{ЗВ.вых}} = \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} (1 - \eta_{тип\ m}^{\text{коэф.оч}}) \cdot X_{тип\ m\ s}^{\text{ЗВ.вх}} + X_{j\ без\ оч.\ s}^{\text{ЗВ.вх}}$$

где  $\eta_{тип\ m}^{\text{коэф.оч}}$  – эффективный коэффициент очистки от j-го загрязняющего вещества сточных вод, поступающих на вход очистного оборудования t-го типа, реализующего m-й метод очистки, обладающего p-й производительностью каждое, изготовленного i-й компанией и подлежащего установке на s-й ступени очистки.

*Контроль качества сточных вод на выходе из системы очистки*

15. Условие очистки стоков от j-го загрязняющего вещества до допустимого уровня, для  $\forall j \in J^{\text{ЗВ}}$

$$10^3 \cdot \frac{X_{j\ n_{с\ ступ.оч}}^{\text{ЗВ.вх}}}{Y_{n_{с\ ступ.оч}}^{\text{вод.вых}}} \leq ДК_j$$

или

$$10^3 \cdot X_{j\ n_{с\ ступ.оч}}^{\text{ЗВ.вх}} \leq ДК_j \cdot Y_{n_{с\ ступ.оч}}^{\text{вод.вых}}$$

где ДК<sub>j</sub> – допустимая для отведения концентрация j-го загрязняющего вещества в сточных водах, мг/дм<sup>3</sup>, которая принимает значение:

ПДК<sub>рхj</sub> или ПДК<sub>вj</sub> – предельно допустимых концентраций, если стоки отводятся в поверхностный водный объект, мг/дм<sup>3</sup>;

ДК<sub>j сис.кан</sub> – допустимых концентраций приемника сточных вод, если стоки отводятся в централизованные (муниципальные) системы канализации, мг/дм<sup>3</sup>;

ДК<sub>j сис.об.водосн.</sub> – допустимых концентраций, соответствующих требованиям системы оборотного водоснабжения предприятия, мг/дм<sup>3</sup>.

*Инвестирование финансовых средств*

16. Ограничения на осуществляемые капитальные вложения

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сведение достаточно сложной нелинейной задачи оптимизации выбора оборудования систем очистки сточных вод предприятий к задаче частично целочисленного линейного программирования позволяет использовать существующие высокоэффективные программные продукты для поиска ее решения. Примером такого продукта может служить программный комплекс FICO Xpress Optimization. Разработанная экономико-математическая модель при создании специализированных баз данных об очистном оборудовании, инновационных и вновь внедряемых реагентах [30-31], поставщиках реагентов, наилучших доступных технологиях для различных групп предприятий позволяет подбирать наиболее эффективные с экономической и экологической точки зрения инвестиционные и технические решения по созданию одно-поточковых многоступенчатых систем очистки сточных вод при заданных требованиях к их качеству на выходе из системы очистки. Следующим этапом развития технологии является создание математических моделей для оптимального инвестиционного проектирования многопоточковых систем очистки сточных вод.

Для получаемого программного продукта возможна коммерциализация за счет получения прибыли от поставщиков оборудования (входная плата за внесение в базы, агентский процент в случае внедрения). В качестве перспективных направлений возможно построение логистических зависимостей, с целью минимизации затрат на доставку и закупку реагентов.

*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, требующего раскрытия в данной статье.*

*The authors declare the absence a conflict of interest warranting disclosure in this article.*

ЛИТЕРАТУРА  
REFERENCES

1. **Hofman J.** The key role of computer modelling in ozone water treatment. *Comp. Cont. Eng.* 2005. V. 16. N 5. P. 40–45. DOI: 10.1049/cce:20050507.
2. **Worch E.** Adsorption Technology in Water Treatment-Fundamentals, Processes, and Modeling, Germany. KG, Berlin: Walter de Gruyter, GmbH & Co. 2012. 345 p. DOI: 10.1515/9783110240238.
3. **Garibay-Rodriguez J., Rico-Ramirez V., Ponce-Ortega J.M.** A Mixed Integer Programming Model for Sustainable Water Management in Macroscopic Systems. 26th Eur. Symp. on Computer Aided Process Eng. 2016. P. 1839–1844. DOI: 10.1016/b978-0-444-63428-3.50311-8.
4. **De Melo J.J., Câmara A.S.** Models for the optimization of regional wastewater treatment systems. *Euro. J. Oper. Res.* 1994. V. 73. N 1. P. 1–16. DOI: 10.1016/0377-2217(94)90134-1.

$$\sum_{\forall s \in S_{\text{ступ.оч}}} \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} \tilde{K}_{tipm}^{\text{оч.обор}} \cdot \tilde{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}} + \sum_{\forall s \in S_{\text{ступ.оч}}} \tilde{K}_s^{\text{произ.пл}} \cdot X_s^{\text{произ.пл}} \leq I^{\text{max}},$$

Ограничения на переменные

17. Действительные переменные

$$X_{js}^{\text{зв.вх}} \geq 0, X_{js}^{\text{зв.вых}} \geq 0, X_{jtipms}^{\text{зв.вх}} \geq 0, X_{j \text{ без оч. } s}^{\text{зв.вх}} \geq 0, X_s^{\text{произ.пл}} \geq 0, Y_s^{\text{вод.вх}} \geq 0, Y_s^{\text{вод.вых}} \geq 0, Y_{tipms}^{\text{вод.вх}} \geq 0, Y_{\text{ без оч. } s}^{\text{вод.вх}} \geq 0$$

18. Бинарные переменные

$$X_{ms}^{\text{мет.оч}} = \{1, 0\}, X_s^{\text{ступ.оч}} = \{1, 0\}, X_{tipms}^{\text{оч.обор}} = \{1, 0\}$$

19. Целочисленные переменные

$$X_{tipms}^{\text{оч.обор}} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

Функционал задачи оптимизации - F

В качестве функционала задачи используются интегральные затраты, связанные со строительством и эксплуатацией создаваемой системы очистки сточных вод. Критерий оптимума – минимум этих затрат

Инвестиции

$$F = \sum_{\forall s \in S_{\text{ступ.оч}}} \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} \tilde{K}_{tipm}^{\text{оч.обор}} \cdot \tilde{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}} + \sum_{\forall s \in S_{\text{ступ.оч}}} \tilde{K}_s^{\text{произ.пл}} \cdot X_s^{\text{произ.пл}} +$$

Эксплуатационные (текущие) затраты

$$+ \sum_{\tau=1}^{\tau=T} \frac{1}{(1+E)^\tau} \cdot \left( \sum_{\forall s \in S_{\text{ступ.оч}}} C_s^{\text{произ.пл}} \cdot X_s^{\text{произ.пл}} + \sum_{\forall s \in S_{\text{ступ.оч}}} \sum_{\forall m \in M_s^{\text{мет.оч}}} \sum_{\forall t \in T_m^{\text{тип.об}}} \sum_{\forall i \in I_t^{\text{изг.об}}} \sum_{\forall p \in P_{ti}^{\text{произ.об}}} C_{tipm}^{\text{оч.обор}} \cdot \tilde{X}_{tipms}^{\text{оч.обор}} + \tilde{\Pi}_{\text{вод}}^{\text{кан}} \cdot T_{\text{вр.раб}} \cdot Y_{n_{\text{ступ.оч}}}^{\text{вод.вых}} + \right.$$

Экологические платежи за загрязнение водных объектов

$$\left. + \sum_{\forall j \in J^{\text{зв}}} I_t^{\text{инд}} \cdot \tilde{\Pi}_j^{\text{вод.н}} \cdot T_{\text{вр.раб}} \cdot X_{jn_{\text{ступ.оч}}}^{\text{зв.вых}} \right)$$

Построенная экономико-математическая модель является моделью частично целочисленного линейного программирования

Формализованная постановка задачи оптимизации

Найти

$$\bar{X}_{\text{опт}}, \bar{Y}_{\text{опт}}, \bar{X}_{\text{опт}}, \bar{X}_{\text{опт}} \in Q, \text{ такие что } F(\bar{X}_{\text{опт}}, \bar{Y}_{\text{опт}}, \bar{X}_{\text{опт}}, \bar{X}_{\text{опт}}) = \min_{\forall \bar{X}, \bar{Y}, \bar{X}, \bar{X} \in Q} F(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{X}, \bar{X})$$

5. **Mostafa K.S., Bahareh G., Elahe D., Pegah D.** Optimization of conventional water treatment plant using dynamic programming. *Toxic Ind. Health*. 2013. V. 31. N 12. P. 1078–1086. DOI: 10.1177/0748233713485891.
6. **Boah D., Twum S.** A Review of Water Quality Optimization Models and Techniques. *J. App. Math.Ph.* 2020. V. 8. P. 424-433. DOI: 10.4236/jamp.2020.83032.
7. **Najafzadeh M., Zeinolabedini M.** Prognostication of Waste Water Treatment Plant Performance Using Efficient Soft computing Models: An Environmental Evaluation. *Measurement*. 2019. No 138. DOI: 10.1016/j.measurement.2019.02.014.
8. **Kachiashvili K., Gordeziani D., Lazarov R., Melikdzhanian D.** Modelling and Simulation of Pollutants Transport in Rivers. *App. Math. Mod.* 2007. V. 31. P. 1371–1396. DOI: 10.1016/j.am.2006.02.015.
9. **Sarda P., Sadgir P.** Water Quality Modeling and Management of Surface Water using Soft Tool. *Int. J. Sci. Eng. Tech. R. (IJSETR)*. 2015. V. 4. N 9. P. 2988-2992.
10. **Shridhara T., Ojoawo S., Mahaganisha P., Thippeswary M., Anand R., Sharath B.** C-Language Programming for Development of Conventional Water Treatment Plants Decision Support System. *Comp. Water, Energy Environ. Eng.* 2014. V. 3. P. 129-139. DOI: 10.4236/cweee.2014.34014.
11. **Allahverdipour P., Sattari M.T.** Comparing the performance of the multiple linear regression classic method and modern data mining methods in annual rainfall modeling (Case study: Ahvaz city). *Water Soil Manag. Mod.* 2023. V. 3(2). P. 125-142. DOI: 10.22098/mmws.2022.11337.1120.
12. **Wang Li, Shen Jie.** Modeling water treatment process using fuzzy neural network based on subtractive clustering. 27th Chinese Control Conference. 2008. P. 324-328. DOI: 10.1109/chicc.2008.4605602.
13. **Finney B.A., Grenney W.J., Bishop A.B., Hughes T.C.** Mixed Integer Programming Models for Water Resources Management. Reports. 1977. 492 p. [https://digitalcommons.usu.edu/water\\_rep/492](https://digitalcommons.usu.edu/water_rep/492).
14. **Koleva M.N., Polykarpou E.M., Liu S., Styan C.A., Papageorgiou L.G.** Synthesis of Water Treatment Processes using Mixed Integer Programming. *Comp. Aided Chem. Eng.* 2015. P. 1379–1384. DOI: 10.1016/b978-0-444-63577-8.50075-9.
15. **Hanife Dokht Ghayour S., Soleimipour M., Babazadeh R.** An integrated mixed-integer linear programming (MILP) model for urban water supply chain optimization. *J. App. R. Water Wastewater*. 2020. V. 7. N 2. P. 102-110.
16. **Qasem N.A.A., Mohammed R.H., Lawal D.U.** Removal of heavy metal ions from wastewater: a comprehensive and critical review. *Npj Clean Water*. 2021. V. 4(1). 503 p. DOI: 10.1038/s41545-021-00127-0.
17. **Madhavi V., Reddy A.V.B., Reddy K.G., Madhavi G., Prasad T.** An overview on research trends in remediation of chromium. *Res. J. Rec. Sci.* 2013. V. 2. N 1. P. 71–83.
18. **Qin X.Y., Chai M.R., Ju D. Y., & Hamamoto, O.** Investigation of plating wastewater treatment technology for chromium, nickel and copper. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 2018. V. 191. 012006. DOI: 10.1088/1755-1315/191/1/012006.
19. **Sharma D., Chaudhari P.K., Dubey S., Prajapati A.K.** Electrocoagulation Treatment of Electroplating Wastewater: A Review. *J. Environ. Eng.* 2020. V. 146. N 10. 03120009. DOI: 10.1061/(asce)ee.1943-7870.0001790.
20. **Azmi A.A., Jai J., Zamanhuri N.A., Yahya A.** Precious Metals Recovery from Electroplating Wastewater: A Review. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2018. V. 358. 012024. DOI: 10.1088/1757-899x/358/1/012024.
21. **Feng N., Sugiura S., Shimada T., Maekawa A.** Development of a high-performance electrochemical wastewater treatment system. *J. Hazard. Mater.* 2003. V. 103. P. 65-78. DOI: 10.1016/s0304-3894(03)00222-x.
22. **Dermentis K., Christoforidis A., Valsamidou E.** Removal of nickel, copper, zinc and chromium from synthetic and industrial wastewater by electro coagulation. *Int. J. Environ. Sci.* 2011. V. 1. N 5. P. 697-710.
23. **Sun Y.** Effects of Ozone on COD Reduction in Electroplating Wastewater. In: *Materials Engineering—From Ideas to Practice: An EPD Symposium in Honor of Jiann-Yang Hwang. The Minerals, Metals & Materials Series.* Ed. by B. Li et al. Cham: Springer. 2021. P. 241-248. DOI: 10.1007/978-3-030-65241-8\_23.
24. **Hewehy M.A., Razeq T.M., Hamid M.A., Morsy R.M.** Electrochemical Treatment of Electroplating Wastewater Using Carbon and Aluminum Electrodes. *J. Environ. Sci. China*. 2016. V. 33. P. 25-41. DOI: 10.21608/JES.2016.25102.
25. **Hosseini S.S., Bringas E., Tan N.R., Ortiz I., Ghahramani M., Shahmirzadi M. A.** Recent progress in development of high-performance polymeric membranes and materials for metal plating wastewater treatment: A review. *J. Water Proc. Eng.* 2016. V. 9. P. 78–110. DOI: 10.1016/j.jwpe.2015.11.005.
26. **Peng C., Meng H., Zhang J., Lu S.** Treatment of electroplating wastewater. *J. Univ. Sci. Technol.* 2013. V. 10. P. 8–11.
27. **Kolesnikov A.V., Savel'ev D.S., Kolesnikov V.A., Davydova T.V.** Electroflotation extraction of highly disperse titanium dioxide TiO<sub>2</sub> from water solutions of electrolytes. *Glass Ceram.* 2018. V. 75. N 5-6. P. 237–241. DOI: 10.1007/s10717-018-0063-0.
28. **Kuzin E.N., Chernyshev P.I., Vizen N.S., Krutchinina N.E.** The Purification of the Galvanic Industry Wastewater of Chromium (VI) Compounds Using Titanium(III) Chloride. *Russ. J. Gen. Chem.* 2018. V. 88. N 13. P. 2954–2957. DOI: 10.1134/S1070363218130200.
29. **Медведева И.В., Медведева О.М., Студенок А.Г., Студенок Г.А., Цейтлин Е.М.** Новые композитные материалы и процессы для химических, физико-химических и биохимических технологий водоочистки. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2023. Т. 66. Вып. 1. С. 6-27. DOI: 10.6060/ivkkt.20236601.6538. **Medvedeva I.V., Medvedeva O.M., Studenok A.G., Studenok G.A., Tseytlin E.M.** New composite materials and processes for chemical, physico-chemical and biochemical technologies of water purification. *ChemChemTech [Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.]*. 2023. V. 66. N 1. P. 6-27. DOI: 10.6060/ivkkt.20236601.6538.
30. **Кузин Е.Н., Кручинина Н.Е.** Evaluation of effectiveness of use of complex coagulants for wastewater treatment processes of mechanical engineering. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2019. Т. 62. Вып. 10. С. 140-146. DOI: 10.6060/ivkkt.20196210.5939. **Kuzin E.N., Krutchinina N.E.** Evaluation of effectiveness of use of complex coagulants for wastewater treatment processes of mechanical engineering. *ChemChemTech [Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.]*. 2019. V. 62. N 10. P. 140-146. DOI: 10.6060/ivkkt.20196210.5939.
31. **Кузин Е.Н., Кручинина Н.Е.** Получение комплексных титансодержащих коагулянтов методом химической дегидратации. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2022. Т. 65. Вып. 5. С. 103-111. DOI: 10.6060/ivkkt.20226505.6578. **Kuzin E.N., Krutchinina N.E.** Obtaining complex titanium-containing coagulants by the method of chemical dehydration. *ChemChemTech [Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.]*. 2022. V. 65. N 5. P. 103-111. DOI: 10.6060/ivkkt.20226505.6578.

Поступила в редакцию (Received) 25.05.2023

Принята к опубликованию (Accepted) 05.09.2023