

**ОПТИМИЗАЦИЯ СУШКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ:
АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОБЛЕМЫ**

А.М. Афанасьев, Б.Н. Сипливый

Анатолий Михайлович Афанасьев *

Кафедра информационной безопасности, Институт приоритетных технологий, Волгоградский государственный университет, пр. Университетский, 100, Волгоград, Российская Федерация, 400062
E-mail: a.m.afanasiev@yandex.ru*

Борис Николаевич Сипливый

Кафедра теоретической физики и волновых процессов, Физико-технический институт, Волгоградский государственный университет, пр. Университетский, 100, Волгоград, Российская Федерация, 400062
E-mail: tf@volsu.ru

Рассмотрен процесс сушки плоского образца электромагнитным излучением. В качестве исходных соотношений использованы уравнения теории тепломассопереноса А.В. Лыкова. Для учета нелинейного характера процесса массообмена поверхности образца с воздушной средой граничные условия для потоков влаги были приняты в виде закона испарения Дальтона. Построено асимптотическое по времени аналитическое решение начально-краевой задачи, характерной особенностью которого являются стационарность температурного поля T , квазистационарность поля влагосодержания U и постоянство интенсивности сушки J . Наличие таких признаков позволяет говорить, что здесь мы имеем, по аналогии с конвективной сушкой, первый период сушки, или период постоянной скорости. Центральным понятием в полученных соотношениях является установившаяся температура поверхности материала T_{∞} , которая является обобщением понятия температуры мокрого термометра на случай электромагнитной сушки. Поставлена и решена задача оптимизации сушки. Целью оптимизации является организация режимов, в которых поле температуры или/и поле влагосодержания близки к однородным. Это соответствует минимизации целевых функций, в качестве которых выбраны абсолютные значения перепадов температуры и влагосодержания между границами пластины $|\Delta T|$ и $|\Delta U|$. В качестве параметров оптимизации, варьированием которых минимизируются целевые функции, выбраны интенсивность излучения S и его глубина проникновения Δ . Показано, что оптимальный режим следует выбирать в мягком диапазоне, в котором перепады ΔT и ΔU имеют одинаковые знаки, а жесткий диапазон, в котором эти перепады имеют противоположные знаки, должен быть исключен из рассмотрения. Одна из границ мягкого диапазона отвечает режиму с $\Delta T=0$, другая граница – режиму с $\Delta U=0$. Разработан алгоритм расчета параметров оптимизации S и Δ , соответствующих данным режимам, что и позволяет организовать сушку внутри мягкого диапазона. В качестве примера использования разработанного алгоритма проведена оптимизация электромагнитной сушки материала с характеристиками кварцевого песка.

Ключевые слова: уравнения А.В. Лыкова, сушка электромагнитным излучением, начально-краевая задача, аналитическое решение, оптимизация

OPTIMIZATION OF DRYING BY ELECTROMAGNETIC RADIATION: ANALYTICAL STUDY OF PROBLEM

A.M. Afanasiev, B.N. Siplivy

Anatoly M. Afanasyev

Department of Information Security, Institute of Priority Technologies, Volgograd State University, Universitetskiy ave., 100, Volgograd, 400062, Russia

E-mail: a.m.afanasiev@yandex.ru*

Boris N. Siplivy

Department of Theoretical Physics and Wave Processes, Physico-Technical Institute, Volgograd State University, Universitetskiy ave., 100, Volgograd, 400062, Russia

E-mail: tf@volsu.ru

The process of drying a flat sample with electromagnetic radiation is considered. As initial relations, the equations of the theory of heat and mass transfer are used. To take into account the nonlinear nature of the process of mass transfer of the sample surface with the air medium, the boundary conditions for the moisture fluxes were adopted in the form of Dalton's evaporation law. A time-asymptotic analytic solution of the initial-boundary value problem is constructed, the characteristic feature of which is the stationarity of the temperature field T , the quasistationary nature of the moisture content field U , and the constant of the drying intensity J . The presence of such features allows us to say that here we have, by analogy with convective drying, or a period of constant rate. The central notion in the relations obtained is the steady-state temperature of the material surface T_{∞} , which is a generalization of the concept of the temperature of a wet thermometer for the case of electromagnetic drying. The problem of drying optimization has been set and solved. The aim of optimization is to organize regimes in which the temperature field and the moisture content field are close to homogeneous. This corresponds to the minimization of the objective functions, which are the absolute values of the temperature and moisture content differences between the plate boundaries $|\Delta T|$ and $|\Delta U|$. As optimization parameters, by varying the target functions, the intensity of radiation S and its penetration depth Δ are chosen. It is shown that the optimum regime should be chosen in the soft range, in which the ΔT and ΔU differences have the same signs, and the hard range in which these differences have opposite signs should be excluded from consideration. One of the limits of the soft range corresponds to the regime with $\Delta T=0$, the other boundary to the regime with $\Delta U=0$. An algorithm for calculating the optimization parameters S and Δ , corresponding to these modes, is developed, which makes it possible to organize drying within a soft range. As an example of using the developed algorithm, optimization of electromagnetic drying of a material with characteristics of quartz sand has been carried out.

Key words: Lykov's equations, electromagnetic radiation drying, initial-boundary value problem, analytical solution, optimization

Для цитирования:

Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н. Оптимизация сушки электромагнитным излучением: аналитическое исследование проблемы. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2019. Т. 62. Вып. 6. С. 69–76

For citation:

Afanasyev A.M., Siplivy B.N. Optimization of drying by electromagnetic radiation: analytical study of problem. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2019. V. 62. N 6. P. 69–76

ВВЕДЕНИЕ

Вопросу оптимизации сушки, в том числе и сушки с применением электромагнитного излучения, уделяется большое внимание в литературе по химическим технологиям [1-6]. Для этих целей ис-

пользуются как аналитические методы, так и численные. Основными параметрами, по которым производится оптимизация, являются энергетическая эффективность сушки, ее скорость, равномерный по объему прогрев материала и равномерное по объему распределение влагосодержания. Ти-

пичные задачи сушки имеют около полутора десятков входных параметров и функций и примерно столько же выходных. В такой ситуации совсем не просто по виду аналитических решений, которые представляются рядами [7-9], или по совокупности численных экспериментов, которые выполняются при конкретных значениях параметров [10, 11], установить, как влияют определенные входные данные на определенные выходные. Но именно это и требуется для принятия решений, влияющих на процесс нужным образом. Поэтому имеющиеся алгоритмы исследования задач сушки малоэффективны при рассмотрении проблем оптимизации. Для устранения этого недостатка авторами настоящей статьи был разработан оригинальный подход, основанный на асимптотических решениях начально-краевых задач. Он оперирует значительно меньшим числом подлежащих варьированию параметров и позволяет в наглядном виде производить вычисления, которые можно рассматривать как решение задач оптимизации в первом приближении [12-15]. Однако в указанных работах авторами рассмотрены лишь предельные режимы сушки, в которых глубина проникновения электромагнитной волны является малой или большой по сравнению с толщиной слоя материала, через который проходит излучение. В настоящей статье будет дано обобщение этих результатов на случай, когда глубина проникновения волны и размеры образца являются величинами одного порядка.

Постановка начально-краевой задачи

Рассмотрим сушку однородной пластины, толщина которой d [м] является малой по сравнению с ее размерами в направлениях, перпендикулярных оси x (рис. 1). Условие тепло- и влагоизоляции нижней поверхности пластины $x = d$ означает, что решаемую задачу можно считать эквивалентной задаче для пластины толщиной $2d$, у которой краевые условия на границах $x = 0$ и $x = 2d$ имеют *один и тот же вид*, и вследствие этого отсутствуют тепловые потоки и потоки влаги сквозь плоскость симметрии $x = d$.

Тепловое воздействие излучения на пластину при $0 < x < d$ будем моделировать формулами, справедливыми при нормальном падении плоской электромагнитной волны на однородное полупространство [16]:

$$\begin{aligned} S(x) &= S(1 - R) \cdot \exp(-x/\Delta); \\ W(x) &= -\frac{dS(x)}{dx} = \frac{S(1 - R)}{\Delta} \cdot \exp(-x/\Delta). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь S и $S(x)$ – соответственно интенсивность падающей на пластину волны и интенсив-

ность волны внутри пластины, [Вт/м²]; R – коэффициент отражения; $W(x)$ – плотность объемных источников тепла [Вт/м³], вызванных поглощением энергии электромагнитного поля; Δ – глубина проникновения электромагнитной волны, которая рассчитывается по формуле

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \mu \sigma \omega}},$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – относительная магнитная проницаемость материала пластины; σ – электропроводность материала [1/(Ом·м)]; ω – круговая частота электромагнитного поля [рад/с].

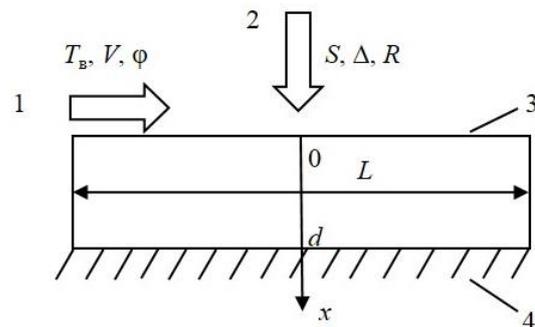


Рис. 1. Сушка плоского образца: 1 – воздушный поток; 2 – плоская электромагнитная волна; 3 – влажный образец; 4 – тепло- и влагоизоляция

Fig. 1. Drying of a flat sample: 1 – air flow; 2 – plane electromagnetic wave; 3 – wet sample; 4 – heat and moisture insulation

При сделанных предположениях распределения температуры T [°C] и влагосодержания U [кг/кг] по объему образца будут зависеть только от координаты x [м] и времени τ [с], т.е. искомыми функциями будут $T(x, \tau)$ и $U(x, \tau)$. Тогда начально-краевая задача для расчета этих функций будет иметь следующий вид [17-19]:

$$c\rho_0 \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + r\gamma\rho_0 \frac{\partial U}{\partial \tau} + W; \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_m \delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad (3)$$

$$Q(\tau) + r(1 - \gamma) \cdot J(\tau) = \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0, \tau); \quad (4)$$

$$J(\tau) = a_m \rho_0 \left[\frac{\partial U}{\partial x}(0, \tau) + \delta \frac{\partial T}{\partial x}(0, \tau) \right]; \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(d, \tau) = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial x}(d, \tau) = 0; \quad (6)$$

$$T(x, 0) = T_0(x); \quad U(x, 0) = U_0(x). \quad (7)$$

Здесь (2) и (3) – уравнения распространения тепла и влаги; (4) и (5) – краевые условия тепло- и массообмена на поверхности $x = 0$; (6) – краевые условия на поверхности $x = d$; (7) – начальные усло-

вия при $\tau = 0$, где $T_0(x)$ и $U_0(x)$ – некоторые заданные функции. В этих уравнениях: $c, \rho_0, \gamma, \lambda, a_m, \delta$ – теплофизические характеристики материала (удельная теплоемкость [Дж/(кг·°C)], плотность в сухом состоянии [кг/м³], критерий испарения, коэффициент теплопроводности [Вт/(м·°C)], коэффициент диффузии влаги [м²/с], относительный коэффициент термодиффузии влаги [1/°C]; r – удельная теплота парообразования воды [Дж/кг]; Q и J – интенсивность теплообмена [Вт/м²] и интенсивность массообмена [кг/(м²·с)] поверхности $x = 0$ с воздушной средой, которые рассчитываются по формулам

$$Q(\tau) = \alpha_w [T(0, \tau) - T_b] + \sigma \tilde{A} [T(0, \tau) + T_1]^4 - (T_b + T_1)^4; \tag{8}$$

$$J(\tau) = \alpha_m [P(T(0, \tau)) - \varphi \cdot P(T_b)]; \tag{9}$$

$$P(T) = 6,03 \cdot 10^{-3} \cdot \exp \frac{17,3 \cdot T}{T + T_2}.$$

В этих формулах T_b и φ – температура и влажность воздуха за пределами пограничного слоя; σ – постоянная Стефана-Больцмана [Вт/(м²·°C⁴)]; \tilde{A} – коэффициент теплового излучения; $P(T)$ – функция, моделирующая зависимость относительного парциального давления насыщенного водяного пара от его температуры T ; $T_1 = 273$ °C и $T_2 = 238$ °C – постоянные; α_w и α_m – коэффициенты тепло- и массообмена поверхности образца с воздушной средой (соответственно [Вт/(м²·°C)] и [кг/(м²·с)]), которые при ламинарном состоянии пограничного слоя находятся по формулам

$$\alpha_w = k_w \sqrt{\frac{V}{L}}; \alpha_m = k_m \sqrt{\frac{V}{L}}; \tag{10}$$

$$k_w = 3,82 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}^{1/2}}{\text{м}^2 \cdot \text{°C}}; k_m = 2,54 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{с}^{1/2} \cdot \text{м}^2}.$$

Здесь $L \gg d$ – длина пластины в направлении движения воздушного потока [м], а V – скорость потока за пределами пограничного слоя [м/с]. Эти приближенные формулы получены авторами методами теории пограничного слоя в статье [18]. Там же приводятся и все условия, при которых формулы будут верны, и даваемые ими погрешности. В частности, формулы перестают выполняться, если нарушается условие $VL < 9,1$ м²/с, что соответствует переходу пограничного слоя из ламинарного состояния в турбулентное.

Асимптотическое решение начально-краевой задачи

Сформулированная начально-краевая задача для системы дифференциальных уравнений в частных производных является нелинейной и может быть решена только численными методами. Полученные на этом пути результаты позволяют осуществить детальное исследование сушки на

всем ее протяжении [4]. В частности, такие расчеты подтверждают хорошо известный из опыта факт, что *переходные* режимы, с которых начинается процесс сушки, во многих случаях являются непродолжительными и быстро переходят в имеющие характерные признаки и представляющие наибольший интерес для практики режимы *установившиеся* [17]. С математической стороны установившиеся режимы являются *асимптотикой* решений начально-краевых задач при $\tau \rightarrow \infty$. Как показано авторами, при определенных условиях эта асимптотика может быть построена *аналитически*. Соответствующая методика разработана ими в [12-15]. Именно на эти решения мы и будем опираться в настоящей статье. Приведем, опуская выкладки, асимптотику начально-краевой задачи (1)-(10).

Характерные величины, относящиеся к указанному решению, будем отмечать индексом «∞». Температурное поле в асимптотическом режиме оказывается *стационарным* ($\partial T / \partial \tau = 0$). При этом температура T_∞ поверхности $x = 0$ находится как решение трансцендентного уравнения

$$k_w \sqrt{V/L} (T_\infty - T_b) + \sigma \tilde{A} [T_\infty + T_1]^4 - (T_b + T_1)^4 + r k_m \sqrt{V/L} [P(T_\infty) - \varphi P(T_b)] = S(1 - R) [1 - \exp(-d/\Delta)]. \tag{11}$$

Эта величина является обобщением понятия температуры мокрого термометра на случай электромагнитной сушки. Результаты численного решения уравнения (11) для различных ситуаций и сравнение полученных данных с экспериментом приведены авторами в работе [19]. Если $S = 0$, т.е. сушка становится *конвективной*, то величина T_∞ будет иметь смысл обычной температуры мокрого термометра, которая широко используется в теории сушки [20].

При постоянной температуре поверхности T_∞ оказывается постоянной и интенсивность массообмена этой поверхности с воздушным потоком J_∞ (интенсивность сушки). Она рассчитывается по формуле

$$J_\infty = \alpha_m [P(T_\infty) - \varphi \cdot P(T_b)]. \tag{12}$$

С учетом этих обозначений распределение температуры по толщине пластины будет выглядеть так:

$$T(x) = \frac{\gamma d J_\infty}{\lambda} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{d} \right)^2 - \frac{x}{d} \right] + \frac{S(1 - R)\Delta}{\lambda} \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{\Delta}\right) - \frac{x}{\Delta} \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right] + T_\infty. \tag{13}$$

Поле влагосодержания в асимптотическом режиме оказывается *квазистационарным* ($\partial U / \partial \tau = \text{const} \neq 0$) и представляется следующей формулой:

$$U(x, \tau) = -\frac{\gamma r d J_\infty}{\lambda} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{d} \right)^2 - \frac{x}{d} \right] - \frac{\delta S(1-R)\Delta}{\lambda} \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{\Delta}\right) - \frac{x}{\Delta} \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right] + U_\infty - \frac{J_\infty}{\rho_0 d} (\tau - \tau_{уст}) \quad (14)$$

Здесь мы обозначили:

$$\chi = \gamma + \lambda / (a_m \rho_0 \delta r) - \quad (15)$$

– новая постоянная материала; $\tau_{уст}$ – момент времени, начиная с которого режим сушки можно считать установившимся; U_∞ – влагосодержание на поверхности $x = 0$ в момент $\tau_{уст}$. Отметим, что определить величины U_∞ и $\tau_{уст}$ можно лишь с помощью численного эксперимента.

По терминологии, принятой в теории сушки [17], представленное нами решение можно классифицировать как первый период электромагнитной сушки (период постоянной скорости).

В частном случае, когда излучение отсутствует (конвективная сушка), стационарное распределение температуры и мгновенные распределения влагосодержания становятся параболическими. Это следует из формул (13) и (14), если в них положить $S = 0$.

Постановка задачи оптимизации

Выберем критерии оптимальности сушки. В литературе большое внимание уделяется организации режимов, в которых поля температуры и влагосодержания близки к однородным. Это связано с тем, что при большой неоднородности температурного поля возникает опасность перегрева материала, а с ростом неоднородности поля влагосодержания растет вероятность разрушения объекта сушки от механических деформаций. Итак, сушка является оптимальной, если поля температуры и влагосодержания приближаются к однородным. Далее мы будем различать критерий оптимальности по температуре (требуется приблизить к однородному полю температуры) и критерий оптимальности по влагосодержанию (требуется приблизить к однородному полю влагосодержания).

Для характеристики степени неоднородности полей T и U введем *перепады температуры и влагосодержания* между границами пластины

$$\Delta T = T(d) - T(0), \Delta U = U(d, \tau) - U(0, \tau). \quad (16)$$

Получим явные выражения для перепадов. Из (13) и (14), выполнив необходимые вычисления, будем иметь:

$$\Delta T = -\frac{\gamma r d J_\infty}{2\lambda} + \frac{S(1-R)\Delta}{\lambda} \left[1 - \left(1 + \frac{d}{\Delta} \right) \cdot \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right]; \quad (17)$$

$$\Delta U = \frac{\delta \gamma r d J_\infty}{2\lambda} - \frac{\delta S(1-R)\Delta}{\lambda} \times \left[1 - \left(1 + \frac{d}{\Delta} \right) \cdot \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right] \quad (18)$$

Согласно полученным формулам, перепады ΔT и ΔU во времени не изменяются.

В качестве *целевых функций* возьмем абсолютные значения перепадов температуры и влагосодержания:

$$f_T = |\Delta T|, f_U = |\Delta U|. \quad (19)$$

Чем меньше целевые функции f_T и f_U , тем ближе поля T и U к однородным. Значит, ставится задача о *минимизации* целевых функций.

Поскольку целевых функций две, то задача оптимизации является *многокритериальной*, и, очевидно, *нелинейной*.

Теперь мы должны рассмотреть *параметры оптимизации*, варьированием которых минимизируются целевые функции.

С точки зрения практики важной представляется такая задача. Пусть заданными являются: характеристики материала $\gamma, \rho_0, \delta, \lambda, a_m, \tilde{A}, R$; размеры пластины L, d ; характеристики воздушного потока T_v, V, φ ; правая часть уравнения (11), которую мы будем называть *эффективной интенсивностью излучения*

$$S_{эфф} = S(1-R) \left[1 - \exp(-d/\Delta) \right] \quad (20)$$

Тогда, как это вытекает из проведенного исследования, будут однозначно определены температура поверхности T_∞ и интенсивность сушки J_∞ , однако распределения температуры и влагосодержания, а вместе с ними и целевые функции f_T и f_U , определенными еще не будут, требуя для своего задания еще и интенсивность излучения S и глубину проникновения электромагнитной волны Δ . Объявив S и Δ параметрами оптимизации, и варьируя их так, чтобы эффективная интенсивность излучения $S_{эфф}$ оставалась неизменной (при этом будут оставаться неизменными и параметры процесса T_∞ и J_∞), мы и будем минимизировать целевые функции. Именно такая задача минимизации рассматривается ниже. Отметим, что варьирование величины S производится изменением выходной мощности генератора электромагнитных волн, а варьирование глубины проникновения Δ – изменением частоты генератора ω , в соответствии с формулой $\Delta = \sqrt{2/(\mu_0 \mu \sigma \omega)}$.

Мягкие и жесткие режимы сушки

Идеальной являлась бы сушка с параметрами $\Delta T = 0, \Delta U = 0$. Тогда нулю будут равны и обе целевые функции. Однако ясно, что осуществить такой режим невозможно, поскольку влага может

перемещаться только при наличии некоторых перепадов температуры и/или влагосодержания между границами пластины. Чтобы убедиться в этом, заметим, что из формул (17) и (18) вытекает:

$$\Delta U + \delta \cdot \Delta T = J_{\infty} d / (2a_m \rho_0) = \text{const.} \quad (21)$$

Этим соотношением формально и доказывается выдвинутое выше утверждение. Будем называть этот результат *основным соотношением* задачи оптимизации.

Таким образом, речь может идти только об организации режимов, в некотором смысле близких к идеальному режиму.

Рассмотрим подробнее изучаемое нами множество режимов с фиксированной интенсивностью сушки J_{∞} . Оно распадается на следующие два подмножества. В подмножестве *жестких режимов* параметры ΔT и ΔU имеют *противоположные знаки*, и вследствие этого режимы такого рода заведомо не являются оптимальными: если, например, $\Delta T > 0$, $\Delta U < 0$, то, не изменяя правой части (21), можно добиться *одновременного уменьшения* и $|\Delta T|$, и $|\Delta U|$, т.е. обеих целевых функций. В подмножестве *мягких режимов*, где и должна производиться электромагнитная сушка, перепады температуры и влагосодержания *оба являются положительными*, и поэтому уменьшить ΔT можно только за счет увеличения ΔU , и наоборот (так же ведут себя и целевые функции).

Разделение режимов на мягкие и жесткие имеет следующий физический смысл: в мягком режиме потоки влаги за счет диффузии (вызывается перепадом ΔU) и за счет термодиффузии (вызывается перепадом ΔT) оба направлены к поверхности образца, а в жестком режиме их направления противоположны. Именно по этой причине в жестком режиме заданная интенсивность сушки J_{∞} обеспечивается при повышенных по абсолютному значению перепадах температуры и влагосодержания, если сравнивать его с мягким режимом.

Заметим также, что широко применяемая на практике обычная сушка (сушка нагретым воздухом, конвективная сушка) *принципиально является жесткой*. Действительно, чтобы происходил процесс внутреннего парообразования, должен существовать тепловой поток, направленный от поверхности внутрь материала, а для этого температура на поверхности должна быть выше, чем внутри ($\Delta T < 0$); при этом поток влаги за счет термодиффузии, направленный внутрь материала, будет препятствовать сушке, а движение влаги в противоположном направлении, т.е. собственно сушка, будет осуществляться за счет перепада влагосодержания ($\Delta U > 0$).

Согласно (21), *границами мягкого диапазона* сушки будут режимы, параметры которых имеют следующий вид:

$$\Delta T = 0; \Delta U = J_{\infty} d / (2a_m \rho_0) = \Delta U_{\text{max}}; \quad (22)$$

$$\Delta U = 0; \Delta T = J_{\infty} d / (2a_m \rho_0 \delta) = \Delta T_{\text{max}}. \quad (23)$$

В любом другом режиме из мягкого диапазона мы будем иметь

$$0 < \Delta T < \Delta T_{\text{max}}; 0 < \Delta U < \Delta U_{\text{max}}. \quad (24)$$

Решение задачи оптимизации

Согласно предыдущему, в качестве оптимизационных можно рассматривать задачи об организации следующих режимов: режима (22) с нулевым перепадом температуры; режима (23) с нулевым перепадом влагосодержания; общего режима (24) при наперед заданном ΔT или ΔU .

Рассмотрим задачу об организации режима (22). Для нахождения отвечающих ему S и Δ имеем, согласно (17) и (20), следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\gamma r d J_{\infty}}{2\lambda} + \frac{S(1-R)\Delta}{\lambda} \left[1 - \left(1 + \frac{d}{\Delta} \right) \cdot \exp\left(-\frac{d}{\Delta}\right) \right] = 0; \\ S = \frac{S_{\text{эфф}}}{(1-R)[1 - \exp(-d/\Delta)]}. \end{cases} \quad (25)$$

Здесь заданными считаются все величины, кроме интенсивности излучения S и глубины проникновения Δ . Исключая из этой системы S , получим после преобразований следующее уравнение для нахождения *относительной глубины проникновения* $\eta = \Delta/d$:

$$\frac{\gamma r J_{\infty}}{2S_{\text{эфф}}} = \eta - \frac{1}{\exp(1/\eta) - 1}. \quad (26)$$

Решая численно это уравнение, найдем величину η . После этого вычислим S по второй из формул (25). Параметры Δ и S , отвечающие режиму (22), мы нашли.

Аналогичным образом можно найти параметры Δ и S , отвечающие режиму (23). Несложно убедиться, что для нахождения относительной глубины проникновения $\eta = \Delta/d$ в этом случае мы получим то же уравнение (26), где γ нужно заменить на χ .

Может оказаться, что, выполнив указанные построения, мы получим $\Delta U_{\text{max}} > \Delta U_{\text{пр}}$ в случае режима (22) или $\Delta T_{\text{max}} > \Delta T_{\text{пр}}$ в случае режима (23). Здесь $\Delta U_{\text{пр}}$ и $\Delta T_{\text{пр}}$ – *предельно допустимые* при сушке данного материала перепады влагосодержания и температуры. Тогда следует обратиться к организации оптимального режима общего вида (24). Пусть, например, критичным является перепад температуры. Для организации режима, в котором этот перепад равен заданной величине $\Delta T > \Delta T_{\text{пр}}$,

нужно снова рассмотреть систему (25), заменив там нуль в правой части первого уравнения на ΔT . Решив численно эту систему, найдем, как и раньше, параметры Δ и S , которые этому режиму отвечают. Сопровождающий сушку перепад влагосодержания ΔU найдем из основного соотношения (21).

В качестве примера исследуем электромагнитную сушку кварцевого песка. Теплофизические характеристики песка [17]: $\gamma = 0,10$; $\rho_0 = 1,4 \cdot 10^3$ кг/м³; $\delta = 1,8 \cdot 10^{-3}$ 1/°C; $\lambda = 1,3$ Вт/(м·°C); $a_m = 6,7 \cdot 10^{-7}$ м²/с; коэффициент теплового излучения для песка $\tilde{A} = 0,75$; размеры пластины: $L = 20$ см; $d = 2$ см; характеристики воздуха: $T_b = 20$ °C; $V = 1,0$ м/с; $\varphi = 0,5$; эффективная интенсивность излучения $S_{эфф} = 2,92$ кВт/м²; коэффициент отражения $R = 0$.

Решая уравнение (11), найдем температуру мокрого термометра T_∞ , а затем по формуле (12) рассчитаем интенсивность сушки J_∞ . Эти вычисления дают:

$$T_\infty = 60 \text{ °C}; J_\infty = 1,05 \text{ г/(м}^2 \cdot \text{с)}. \quad (27)$$

Найдем теперь границу мягкого диапазона, где $\Delta T = 0$. По формуле (21), положив там $\Delta T = 0$, рассчитаем соответствующее значение ΔU . Решая уравнение (26), найдем относительную глубину проникновения $\eta = \Delta/d$, и после этого найдем из (25) интенсивность излучения S . Результат получится таким:

$$\Delta T = 0; \Delta U = 10,5 \cdot 10^{-3}; \left(\frac{\Delta}{d}\right) = 0,04; \quad S = 2,92 \text{ кВт/м}^2 \quad (28)$$

Аналогичным образом находится граница мягкого диапазона, где $\Delta U = 0$. Эти вычисления приводят к следующим результатам:

$$\Delta U = 0; \Delta T = 5,81 \text{ °C}; (\Delta/d) = 0,18; \quad S = 2,93 \text{ кВт/м}^2 \quad (29)$$

Таким образом, сушка будет мягкой, если глубина проникновения электромагнитной волны удовлетворяет условию

$$0,04 < \Delta/d < 0,18 \quad (30)$$

При этом интенсивность излучения S почти не изменяется, оставаясь вблизи заданной по условию эффективной интенсивности $S_{эфф} = 2,92$ кВт/м².

Для графической иллюстрации полученных результатов на рис. 2 показаны графики функции $T(x)$, построенные по формулам (13) при различной глубине проникновения электромагнитной волны. Графики, отвечающие границам мягкого режима, выделены разрядкой.

В аналогичном формате по формуле (14) могут быть построены и распределения влагосодержания.

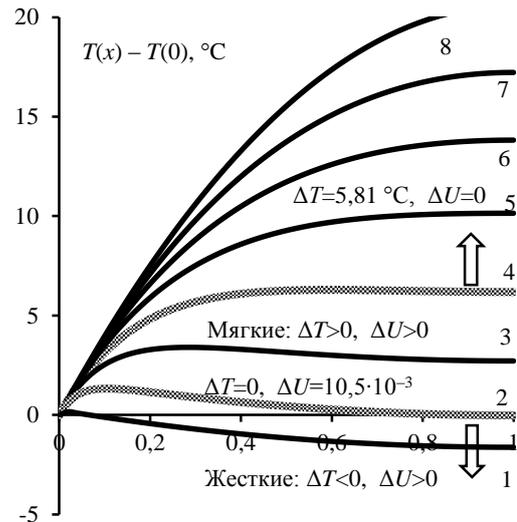


Рис. 2. Распределения температуры T [°C] при сушке материала с характеристиками песка при фиксированной эффективной интенсивности излучения $S_{эфф} = 2,92$ кВт/м² и переменной относительной глубине проникновения электромагнитной волны $\Delta/d = 0,005$ (1); 0,04 (2); 0,1 (3); 0,18 (4); 0,3 (5); 0,5 (6); 1 (7); 10 (8)
 Fig. 2. Distribution of temperature T [°C] for drying material with the characteristics of the sand at a fixed effective radiation intensity $S_{эфф} = 2,92$ kW/m² and varying the relative depth of penetration of the electromagnetic wave $\Delta/d = 0,005$ (1); 0,04 (2); 0,1 (3); 0,18 (4); 0,3 (5); 0,5 (6); 1 (7); 10 (8)

ВЫВОДЫ

Разработан аналитический метод расчета установившихся распределений температуры T и влагосодержания U в плоском образце, обдуваемом воздушным потоком и находящемся под воздействием электромагнитного излучения. На основе полученных распределений предложен алгоритм оптимизации электромагнитной сушки, с помощью которого минимизируются абсолютные значения перепадов температуры и влагосодержания между границами пластины $|\Delta T|$ и $|\Delta U|$. Основными понятиями процедуры оптимизации являются интенсивность излучения S , глубина проникновения электромагнитной волны Δ , эффективная интенсивность излучения $S_{эфф}$ и диапазон мягких режимов, в котором и должна производиться сушка. Если варьировать внутри мягкого диапазона параметры S и Δ , но только так, чтобы осталась неизменной эффективная интенсивность излучения $S_{эфф}$, то интенсивность сушки J_∞ будет оставаться неизменной, а распределения температуры и влагосодержания будут трансформироваться, причем так, что являющиеся величинами одного и того же знака перепады температуры ΔT и влагосодержания ΔU будут изменяться в противоположных направлениях (рост ΔT будет сопровождаться уменьшением ΔU , и наоборот). При этом одно из полей можно приблизить к однородному, сделав соответствующий перепад нулевым (это происходит на границах мягкого диапазона).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Натареев С.В., Венкин Е.Н., Натареев О.С.** Массоперенос в процессе сушки влажного материала при конвективном подводе теплоты. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2012. Т. 55. Вып. 3. С. 104-108.
2. **Натареев О.С., Коккина Н.Р., Натареев С.В.** Теплоперенос в процессе конвективной сушки влажного материала. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2015. Т. 58. Вып. 2. С. 67-72.
3. **Рудобашта С.П., Зуева Г.А., Зуев Н.А.** Влияние термодиффузии на кинетику осциллирующей инфракрасной сушки. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2016. Т. 59. Вып. 4. С. 83-87.
4. **Афанасьев А.М., Никишова А.В., Сипливый Б.Н.** Переходные процессы при сушке конвекцией и сушке инфракрасным излучением. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2017. Т. 60. Вып. 10. С. 94-101. DOI: 10.6060/tcct.20176010.5568.
5. **Рудобашта С.П., Карташов Э.М., Зуев Н.А.** Теплоперенос при сушке в осциллирующем электромагнитном поле. *Теоретич. основы хим. технологии*. 2011. Т. 45. № 6. С. 641-647.
6. **Рудобашта С.П., Зуева Г.А., Карташов Э.М.** Теплоперенос при сушке сферической частицы в осциллирующем электромагнитном поле. *Теоретич. основы хим. технологии*. 2016. Т. 50. № 5. С. 539-550. DOI: 10.7868/S0040357116050109.
7. **Рудобашта С.П., Зуева Г.А., Карташов Э.М.** Теплоперенос при сушке цилиндрического тела в осциллирующем электромагнитном поле. *Инж.-физич. журн.* 2018. Т. 91. № 1. С. 241-251.
8. **Архангельский Ю.С.** Установки диэлектрического нагрева. Установки СВЧ. Саратов: Саратовский государственный технический университет. 2008. 343 с.
9. **Марков А.В., Юленец Ю.П.** Механизм массопереноса в высокоинтенсивных процессах сушки при наличии внутренних источников тепла. *Теоретич. основы хим. технологии*. 2002. Т. 36. № 3. С. 269-274.
10. **Гринчик Н.Н., Адамович А.Л., Кизина О.А., Харма У.М.** Моделирование теплового переноса в древесине при досушке энергией свч-поля. *Инж.-физич. журн.* 2015. Т. 88. № 1. С. 37-42.
11. **Кундас С.П., Гринчик Н.Н., Гишкелюк И.А., Адамович А.Л.** Моделирование процессов термовлагопереноса в капиллярно-пористых средах. Минск: Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси. 2007. 292 с.
12. **Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н.** Оптимизация процесса электромагнитной сушки капиллярно-пористых материалов. *Изв. вузов. Электромеханика*. 2006. № 5. С. 3-10.
13. **Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н.** Асимптотические распределения температуры и влагосодержания при электромагнитной сушке образца, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда. *Изв. вузов. Электромеханика*. 2012. № 3. С. 3-8.
14. **Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н.** Задача о сушке шара электромагнитным излучением. *Инж.-физич. журн.* 2013. Т. 86. № 2. С. 322-330.
15. **Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н.** Теория электромагнитной сушки: асимптотическое решение начально-краевой задачи для цилиндра. *Теоретич. основы хим. технологии*. 2014. Т. 48. № 2. С. 222-227. DOI:10.7868/S0040357114020018.
16. **Стрэттон Дж.А.** Теория электромагнетизма. М.-Л.: Гостехиздат. 1948. 540 с.
17. **Лыков А.В.** Теория сушки. М.-Л.: Энергия. 1968. 471 с.
18. **Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н.** О краевых условиях массообмена в виде законов Ньютона и Дальтона. *Инж.-физич. журн.* 2007. Т. 80. № 1. С. 27-34.
19. **Афанасьев А.М., Сипливый Б.Н.** Обобщение понятия температуры мокрого термометра на случай электромагнитной сушки. *Инж.-физич. журн.* 2016. Т. 89. № 3. С. 610-616.
20. **Баскаков А.П., Раков О.А.** Аналитическое уравнение для расчета адиабатной температуры мокрого термометра. *Инж.-физич. журн.* 2013. Т. 86. № 2. С. 432-438.

REFERENCES

1. **Natareev S.V., Venkin E.N., Natareev O.S.** Mass transfer in drying process of moist material at convective supply of heat. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2012. V. 55. N 3. P. 104-108 (in Russian).
2. **Natareev S.V., Kokina N.R., Natareev O.S.** Heat transfer in the convective drying process of moist material. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2015. V. 58. N 2. P. 67-72 (in Russian).
3. **Rudobashta S.P., Zueva G.A., Zuev N.A.** The influence of diffusion on the kinetics of the oscillating infrared drying. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2016. V. 59. N 4. P. 83-87 (in Russian).
4. **Afanasiev A.M., Nikishova A.V., Siplivy B.N.** Transients during drying convection drying and infrared radiation. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2017. V. 60. N 10. P. 94-101 (in Russian). DOI: 10.6060/tcct.20176010.5568.
5. **Rudobashta S.P., Kartashov E.M., Zuev N.A.** Heat and mass transfer during drying in an oscillating electromagnetic field. *Teoretich. Osnovy Khim. Tehnol.* 2011. V. 45. N 6. P. 641-647 (in Russian).
6. **Rudobashta S.P., Zueva G.A., Kartashov E.M.** Heat and mass transfer during drying of a spherical particle in an oscillating electromagnetic field. *Teoretich. osnovy Khim. Tehnol.* 2016. V. 50. N 5. P. 539-550 (in Russian). DOI: 10.7868/S0040357116050109.
7. **Rudobashta S.P., Zueva G.A., Kartashov E.M.** Heat and mass transfer during drying of a cylindrical body oscillating in an electromagnetic field. *Inzh.-Fizich. Zhurn.* 2018. V. 91. N 1. P. 241-251 (in Russian).
8. **Arkhangel'skiy Yu.S.** Installation of dielectric heating. The installation of the microwave. Saratov: Saratovskiy Gos. Tekhnich. Universitet. 2008. 343 p. (in Russian).
9. **Markov A.V., Yulnets Yu.P.** The mechanism of mass transfer in high-intensity drying processes in the presence of internal heat sources. *Teoretich. Osnovy Khim. Tehnol.* 2002. V. 36. N 3. P. 269-274 (in Russian).
10. **Grinchik N.N., Adamovich A.L., Kizina O.A., Kharma U.M.** Modeling of heat and moisture transfer in wood during drying, energy of the microwave field. *Inzh.-Fizich. Zhurn.* 2018. V. 91. N 1. P. 241-251 (in Russian).
11. **Kundas S.P., Grinchik N.N., Gishkelyuk I.A., Adamovich A.L.** Modeling of thermal and moisture transfer processes in capillary-porous media. Minsk: Institut Teplo-Massoobmena im. A.V. Lykova of NAN Belarusi. 2007. 292 p. (in Russian).
12. **Afanasiev A.M., Siplivy B.N.** Process optimization of electromagnetic drying of capillary-porous materials. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Elektromekhanika*. 2006. N 5. P. 3-10 (in Russian).
13. **Afanasiev A.M., Siplivy B.N.** The asymptotic distribution of temperature and moisture content using electromagnetic drying of the sample, having the shape of a rectangular parallelepiped. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Elektromekhanika*. 2012. N 3. P. 3-8 (in Russian).
14. **Afanas'ev A.M., Sipliviy B.N.** Problem of electromagnetic drying of a sphere. *J. Eng. Phys. Thermophys.* 2013. V. 86. N 2. P. 340-348.
15. **Afanas'ev A.M., Sipliviy B.N.** Theory of electromagnetic drying: an asymptotic solution of an initial-boundary value problem for a cylinder. *Theoret. Found. Chem. Eng.* 2014. V. 48. N 2. P. 206-211.
16. **Stratton G.A.** Theory of electromagnetism. M.-L.: Gostekhizdat. 1948. 540 p. (in Russian).
17. **Lykov A.V.** Theory of drying. M.-L.: Energiya. 1968. 471 p. (in Russian).
18. **Afanas'ev A.M., Sipliviy B.N.** Boundary-mass exchange conditions in the form of the Newton and Dalton laws. *J. Eng. Phys. Thermophys.* 2007. V. 80. N 1. P. 28-35.
19. **Afanas'ev A.M., Siplivy B.N.** Generalization of the wet-bulb temperature notion to the case of electromagnetic drying. *J. Eng. Phys. Thermophys.* 2016. V. 89. N 3. P. 620-626. DOI: 10.1007/s10891-016-1419-3.
20. **Baskakov A.P., Rakov O.A.** Analytical equation for calculating the adiabatic temperature of a wet-bulb thermometer. *Inzh.-Fizich. Zhurn.* 2013. V. 86. N 2. P. 432-438 (in Russian).

Поступила в редакцию (Received) 08.06.2018

Принята к опубликованию (Accepted) 18.12.2018