

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБОБЩЕННОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ИЗМЕЛЬЧАЕМОСТИ СМЕСИ ДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В.П. Жуков, Д.А. Осипов, В.Е. Мизонов, D. Urbaniak

Владимир Павлович Жуков \*, Дмитрий Андреевич Осипов, Вадим Евгеньевич Мизонов  
Кафедра прикладной математики, Ивановский государственный энергетический университет,  
ул. Рабфаковская, 34, Иваново, Российская Федерация, 153003  
E-mail: zhukov-home@yandex.ru \*

Dariusz Urbaniak

Czestochowa University of Technology, al. Armii Krajowej, 21, 42-201, Czestochowa, Poland  
E-mail: otwinowski@imc.pcz.czyst.pl

*Проанализированы методики, которые используются для расчета и оценки эффективности процессов фракционирования дисперсных материалов в различных отраслях промышленности и которые широко и успешно применяются для контроля специфических отраслевых технологий. Показано, что в различных промышленных технологиях для характеристики прочностных свойств частиц сыпучего материала используются разные показатели, которые сложно, а часто и невозможно использовать для расчета процесса измельчения в других отраслях промышленности, в новом оборудовании или в новом диапазоне размеров частиц. Обоснована в связи с этим целесообразность разработки обобщенных универсальных энергетических показателей измельчаемости дисперсных материалов и методик их определения для моделирования процесса измельчения и оценки его эффективности в различных промышленных технологиях для широкого спектра перерабатываемых материалов. Расчетные исследования проведены в рамках термодинамического подхода к моделированию процессов измельчения. Для выполнения экспериментальных исследований разработана специальная программа проведения замеров и обработки опытных данных, полученных на лабораторной мельнице ударного разрушения. В ходе расчетно-экспериментальных исследований предложена методика для определения энергетического показателя измельчаемости дисперсного материала. Установлена связь этого показателя с энергией, необходимой для разрушения межмолекулярных связей в исследуемом материале. Проведенные исследования позволили обосновать методику определения обобщенного энергетического показателя измельчаемости дисперсных материалов. Показано, что предложенную методику с приемлемой для инженерных расчетов точностью можно использовать на практике для оценки возможности обогащения разнородных компонентов и для определения оптимальных технологических условий проведения разделения данных компонентов.*

**Ключевые слова:** дисперсный материал, измельчение, энергия связи, энергия разрушения, сублимация, энергетический закон измельчения, мельница, математическая модель, идентификация, обогащение

## METHOD FOR DETERMINING GENERALIZED ENERGY GRINDABILITY INDEX OF PARTICULATE SOLIDS

V.P. Zhukov, D.A. Osipov, V.E. Mizonov, D. Urbaniak

Vladimir P. Zhukov \*, Dmitriy A. Osipov, Vadim E. Mizonov  
Department of Applied Mathematics, Ivanovo State Power Engineering University, Rabfakovskaya st., 34, Ivanovo,  
153003, Russia  
E-mail: zhukov-home@yandex.ru \*

Dariusz Urbaniak

Czestochowa University of Technology, al. Armii Krajowej, 21, 42-201, Czestochowa, Poland  
E-mail: otwinowski@imc.pcz.czyst.pl

*To calculate and evaluate the efficiency of the processes of fractionation of particulate solids, various industry methods have been developed that are widely and successfully used for the analysis of specific industrial technologies. Different indicators are used to measure the strength properties of particles of a bulk material in various industrial technologies. The disadvantage of the situation is the complexity, and often the impossibility of using these specific indices of strength of materials for calculating the grinding process in new equipment or a new range of particle sizes. Significant energy consumption for grinding at low efficiency of industrial mills causes the necessity of carrying out the studies aimed to increasing the efficiency of fractionation of particulate solids. In connection with this, the actual problem of scientific research to develop a generalized and universal energy indicator of grindability particulate solids and a method for its determination that can be used to describe the grinding process and to evaluate its efficiency in various industrial technologies for a wide range of materials arises. Calculation studies were carried out within the framework of the thermodynamic approach to model a grinding process. In order to carry out experimental studies, a special program for measuring and processing experimental data obtained at the laboratory impact mill was developed. In the course of computational and experimental studies, a technique has been proposed to determine the energy grindability index of particulate solids. The relation of this index with the energy necessary for breakdown of the intermolecular bonds in the material under study is established. The carried out researches allowed substantiating the method of determining the generalized energy grindability index of particulate solids. Computational analysis showed that the technique with acceptable accuracy for engineering calculations can be used in practice to assess the possibility of enrichment of heterogeneous components and to determine the optimal technological conditions for the separation of these components.*

**Key words:** particulate solids, grinding, binding energy, fracture energy, sublimation, energy law of grinding, mill, mathematical model, identification, enrichment

**Для цитирования:**

Жуков В.П., Осипов Д.А., Мизонов В.Е., Urbaniak D. Методика определения обобщенного энергетического показателя измельчаемости смеси дисперсных материалов. *Изв. вузов. Химия и хим. технология.* 2019. Т. 62. Вып. 4. С. 135–142

**For citation:**

Zhukov V.P., Osipov D.A., Mizonov V.E., Urbaniak D. Method for determining generalized energy grindability index of particulate solids. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2019. V. 62. N 4. P. 135–142

## ВВЕДЕНИЕ

Для характеристики прочностных свойств частиц сыпучего материала в различных промышленных технологиях используются разные показатели и различные методики для их определения [1–4]. В горнорудной промышленности при обогащении руд используется коэффициент крепости пород по М.М. Протодьяконову, который рассчитывается пропорционально пределу прочности на одноосное сжатие [1]. В горнорудной промышленности также используется индекс относительной измельчаемости, который определяется как отношение производительности мельницы по эталонному и исследуемому материалу [1]. В химической промышленности [2] для характеристики процесса измельчения применяется степень измельчения, которая вычисляется через отношения размера зерен до и после измельчения, при этом расход энергии на измельчение предлагается считать пропорционально степени измельчения [2]. В цементной промышлен-

ности и при обогащении руд получил распространение индекс работы измельчения по Бонду [3]. В зарубежных источниках для характеристики измельчаемости материала часто используется индекс Хардгроу, который определяется в ходе многоэтапной процедуры [1,3]. В энергетике для определения прочностных свойств материала наиболее часто применяется коэффициент размолоспособности Кло [1,4], который показывает отношение удельного расхода энергии при измельчении эталонного материала к удельному расходу энергии на измельчение сопоставляемого с ним материала. Такое разнообразие характеристик измельчаемости материалов и методик для их определения связано, с одной стороны, с широким спектром самих измельчаемых материалов, а, с другой стороны, с широким спектром измельчителей, для расчета которых используются эти характеристики. Недостатком такого положения дел является сложность и, часто, невозможность использования отраслевых показателей прочности материалов для расчета процесса измельчения в новом оборудовании

или для нового диапазона крупности частиц. В связи с этим актуальной задачей научных исследований является разработка обобщенных универсальных энергетических показателей измельчаемости дисперсных материалов и методик их определения, которые могут использоваться для описания процесса измельчения и оценки его эффективности в различных промышленных технологиях для широкого спектра материалов и их смесей.

Целью данного исследования является анализ существующих и выбор обобщенных универсальных энергетических характеристик измельчаемости дисперсных материалов и разработка методики их определения.

Для достижения поставленной цели последовательно решаются следующие задачи:

- выбор обобщенного энергетического показателя измельчаемости дисперсных материалов для возможного его использования при расчете измельчения частиц разной крупности в различных промышленных технологиях;

- разработка и обоснование методики по определению выбранного показателя измельчаемости дисперсного материала;

- апробация методики по определению универсального обобщенного энергетического показателя измельчаемости для оценки эффективности измельчения отдельных материалов и обогащения смеси разнопрочных компонентов.

Объектом исследования являются физико-химические свойства дисперсного материала, предметом исследования – методика определения обобщенного энергетического показателя измельчаемости дисперсных материалов, который может быть использован при описании измельчения как отдельных материалов, так и смеси разнопрочных компонентов.

Теоретическое определение прочностных свойств дисперсных материалов является достаточно трудоемкой и сложной задачей, связанной с неоднородной структурой частиц, обусловленной наличием в них дислокаций и вкраплений примесей, учесть которые для каждой частицы в рамках классических подходов, использующих допустимые напряжения в частице, достаточно сложно. В этом случае для исследования разрушения отдельных частиц или их ансамбля необходимо знать вид распределения частиц по прочностным свойствам и вид распределения энергии при измельчении между этими частицами. Перспективным направлением в исследованиях распределения энергии между частицами считается использование метода

дискретных элементов DEM [5], который позволяет отслеживать поведение достаточно большого числа частиц, но требует при этом дорогостоящего программного обеспечения и значительных вычислительных ресурсов. В данной работе для оценки прочностных свойств ансамбля частиц предлагается использовать феноменологический или термодинамический подход [6-13], который оперирует с обобщенными усредненными показателями свойств материала.

Идея предлагаемого подхода заключается в выборе показателя измельчаемости в виде энергии, которая необходима для измельчения единичной порции материала с частицами начального размера до частиц конечного размера. Минимальный размер частиц при измельчении ограничивается размером молекул, меньше которого частицу измельчить нельзя. Измельчение материала до минимально возможного размера частиц является предельным случаем реализации процесса, то есть – случаем предельного перехода. Соответствующее этому переходу значение энергии определяется разрывом всех межмолекулярных связей и является характеристикой материала. Предельная реализация процесса измельчения имеет определенное сходство с процессом сублимации [7,9], в ходе которого происходит переход материала из твердого фазового состояния в газообразное состояние, при этом также осуществляется разрыв всех межмолекулярных связей. Следует заметить, что не все материалы могут сублимировать в тех условиях, при которых происходит их измельчение. В связи с этим энергия разрыва всех межмолекулярных связей является более общей и универсальной характеристикой материала по сравнению с энергией сублимации. Минимально необходимая энергия для измельчения частиц дисперсного материала до размера молекул определяется как раз энергией, необходимой для разрыва всех межмолекулярных связей. Полное разрушение межмолекулярных связей при подводе этой минимально необходимой энергии возможно в том случае, если вся подводимая к материалу энергия расходуется только на разрыв межмолекулярных связей, а потери энергии не происходит. Приведенные рассуждения позволяют энергию, необходимую для разрыва межмолекулярных связей, использовать для оценки эффективности реального процесса разрушения. Процесс измельчения, реализуемый при минимальном, теоретически необходимом подводе энергии, будем называть идеальным процессом измельчения. Эффективность функционирования реальной из-

мельчительной установки можно оценить через отношение теоретически необходимой энергии при идеальном измельчении к реально затраченной энергии.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Минимальная энергия, необходимая для разрушения, может быть определена теоретически для некоторых однородных материалов по справочным данным или расчетным путем. В качестве справочной величины для ряда материалов может служить удельная теплота испарения при сублимации [7,9], которая приводится в справочной литературе, например, для графита, льда, йода, камфары, углерода и др. Однако для проведения самого процесса сублимации часто требуются достаточно специфические условия, связанные с высокими значениями температуры и давления, которые не всегда достижимы при измельчении этого материала.

Теоретическое определение энергии межмолекулярных связей для неоднородных материалов осложняется наличием в материале дислокаций и примесей. Энергии связи между разными парами молекул при наличии дислокаций и примесей могут существенным образом различаться. Для теоретического определения среднего значения энергии нужно знать распределение межмолекулярных связей по энергиям этих связей. Если такое распределение известно, то среднее значение энергии связи можно вычислить согласно выражению для математического ожидания в виде

$$\langle r_i \rangle = \sum_i r_i f_i,$$

где  $\langle r_i \rangle$  – среднее значение удельной энергии связи,  $f_i$  – доля межмолекулярных связей с энергией связи  $r_i$ . Знание среднего значения энергии связей для неоднородного материала позволяет считать его однородным с усредненным значением энергии связи между молекулами.

В реальных условиях происходит разрушение далеко не всех межмолекулярных связей. Энергия, необходимая для разрушения порции материала с заданным начальным размером зерен до заданного конечного размера, может определяться по предложенным ранее [7] расчетным зависимостям для моделей частиц разной формы. Для частиц линейной, плоской и объемной форм ранее были получены одномерная (1D), двумерная (2D) и трехмерная (3D) модели для расчета энергии, необходимой для заданного сокращения крупности частиц при измельчении. Результаты дополнительных расчетно-экспериментальных исследований

[7] показали, что линейная модель частиц наиболее адекватно описывает экспериментальные результаты. Именно выражение для этой модели в представленном ниже виде и будет использовано для дальнейших исследований

$$e = r_i \cdot d_0 \left( \frac{1}{\langle d \rangle_{1D}} - \frac{1}{\langle d' \rangle_{1D}} \right), \quad (1)$$

где  $r_i$  – энергия, необходимая для разрыва всех межмолекулярных связей, которая является аналогом удельной теплоты испарения при сублимации;  $\langle d' \rangle$ ,  $\langle d \rangle$  – средний размер частиц до и после разрушения соответственно;  $d_0$  – линейный размер молекулы; индекс 1D относится к линейной модели формы частицы.

Сопоставление полученного выражения для энергии разрушения (1) и вида энергетических законов измельчения [1,3] показало, что предложенное термодинамическое описание процесса измельчения (1) совпадает по виду зависимости с известным энергетическим законом измельчения Риттингера [1, 3]. Коэффициент пропорциональности в законе Риттингера  $C_R$ , определяемый обычно по экспериментальным данным, с учетом (1) записывается через удельную энергию, необходимую для разрушения всех межмолекулярных связей, в следующем виде

$$C_R = r_i \cdot d_0. \quad (2)$$

Выражение (2) имеет важное теоретическое и практическое значение и позволяет по заданному коэффициенту в энергетическом законе определить удельную энергию межмолекулярных связей или по теплоте сублимации определить коэффициент в энергетическом законе.

Для оценки энергии при измельчении согласно (1) необходимо знание размера частиц до и после их разрушения. Предварительные расчетно-экспериментальные исследования, проведенные нами ранее [6], показали, что в качестве характерного размера необходимо использовать средний размер ансамбля частиц. При этом методика усреднения размеров имеет принципиальное значение. Для определения вида усреднения были проведены дополнительные расчетно-экспериментальные исследования [6]. Рассматривались три подхода к усреднению размера применительно к фракции частиц  $[d1; d2]$ . Традиционно [1] в качестве среднего размера используется среднеарифметическое значение, которое при равномерном распределении частиц по крупности внутри фракции  $[d1; d2]$  совпадает с математическим ожиданием этого распределения (модель 1). Второй подход к усреднению основан на гипотезе равенства энергии, необходимой для получения частиц среднего размера, и

энергии, необходимой для получения фракции частиц с равномерным распределением зерен по размерам внутри этой фракции [ $d_1$ ;  $d_2$ ]. Равенство указанных энергий позволяет после преобразования получить выражение для среднего размера зерен (модель 2). Третий исследованный подход предполагает для определения среднего размера фракции использовать среднее геометрическое значение границ фракции (модель 3). Итоговые формулы для вычисления средних размеров фракций согласно трех рассмотренных подходов записываются в виде

$$\langle d \rangle = \begin{cases} \frac{d_1 + d_2}{2}, & \text{модель 1} \\ \frac{d_2 - d_1}{\ln(d_2/d_1)}, & \text{модель 2} \\ \sqrt{d_1 d_2}, & \text{модель 3} \end{cases} \quad (3)$$

Проведенные расчетно-экспериментальные исследования позволили, таким образом, выбрать модель для расчета энергии измельчения (1). Выбор модели усреднения размеров частиц фракции согласно (3) будет обоснован ниже.

#### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Целью экспериментальных исследований была разработка на основе полученных теоретических результатов методики опытного определения обобщенного показателя измельчаемости.

Для проверки и обоснования методики определения показателя относительной измельчаемости материалов были проведены специальные экспериментальные исследования на лабораторной мельнице ударного измельчения, эскиз которой представлен на рис. 1. Порция исследуемого материала с известным гранулометрическим составом загружалась в размольную камеру 2. Измельчение производилось посредством удара о размалываемый материал сбрасываемого размольного стержня 5. Затраченная на измельчение энергия определялась как потенциальная энергия размольного стержня через произведение его массы на высоту сбрасывания и на ускорение свободного падения. Масса размольного стержня в экспериментах составляла 2,30 кг. Исследованию подвергались фракция кварцевого песка с размерами частиц в диапазоне [1,25; 2,5] мм и фракция сахарного песка – [0,63; 1,25] мм. Масса каждой навески в каждом испытании составляла 5,00 г, а точность ее определения – 0,01 г. Для каждого материала проводились три параллельных испытания. По каждой навеске в испытании произво-

дилось 12 ударов. После ударов измельченный материал рассеивался на комплекте сит с ячейками следующих размеров: 2,5; 1,25; 1; 0,63; 0,5; 0,315; 0,25; 0,16; 0,1 мм.

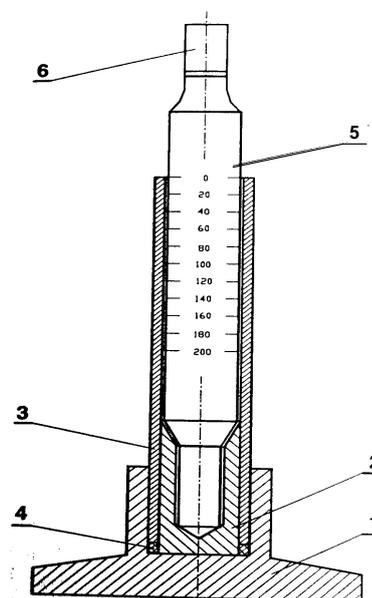


Рис. 1. Общий вид лабораторной мельницы ударного действия: 1 – подставка; 2 – размольная камера; 3 – направляющая трубка; 4 – выверочное кольцо; 5 – размольный стержень; 6 – дополнительный груз к размольному стержню  
Fig. 1. Schematic presentation of the lab scale impact mill: 1 – stand; 2 – grinding chamber; 3 – guiding tube; 4 – compensating ring; 5 – grinding rod; 6 – additional weight

При обработке результатов экспериментов определялись не абсолютные, а относительные значения показателя измельчаемости материалов. Это связано с тем, что для определения абсолютного значения этих показателей согласно (1)-(2) необходимо знать долю от подведенной энергии, которая идет на собственно измельчение. Другими словами, нужно знать коэффициент полезного действия (кпд) мельницы, значения которого для разных измельчителей существенно различаются.

Для нахождения относительного значения коэффициента измельчаемости  $C_R$  уравнение (1) с учетом (2) записывается два раза для каждого компонента смеси, и находится их отношение, что позволяет исключить величину кпд мельницы из выражения

$$\frac{C_{R1}}{C_{R2}} = \frac{e_1 (1/\langle d \rangle_2 - 1/\langle d \rangle_1)}{e_2 (1/\langle d \rangle_1 - 1/\langle d \rangle_2)}, \quad (4)$$

где индексы «1» и «2» относятся к двум исследуемым материалам. Найденные значения относительной измельчаемости для двух исследуемых материалов приведены в таблице для трех моделей усреднения крупности частиц (3).

Следует отметить, что знание относительной измельчаемости особенно актуально при решении задач селективного измельчения разнородных компонентов смеси для оценки возможности их разделения [14-16].

**РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ**

Для расчета кинетики измельчения использован апробированный ранее подход, построенный на дискретных моделях уравнения Больцмана [12, 13, 17]. Для выбора приемлемой модели усреднения крупности частиц (3) при селективном измельчении проведены дополнительные расчетно-экспериментальные исследования по измельчению смеси исследованных материалов в струйной мельнице кипящего слоя [18-20]. В каче-

стве входных параметров для этой модели использованы найденные показатели относительной измельчаемости исследуемых компонентов при разных методиках усреднения. Экспериментальные данные получены при измельчении смеси с разным долевым содержанием компонентов. Результаты расчетных и экспериментальных исследований представлены на рис. 2 для различных моделей усреднения размеров зерен. Результаты сопоставления пригодности этих моделей представлены в таблице с указанием погрешностей каждой модели. Анализ приведенных результатов показывает, что наиболее адекватное описание экспериментальных результатов получено в рамках модели 3 согласно (3).

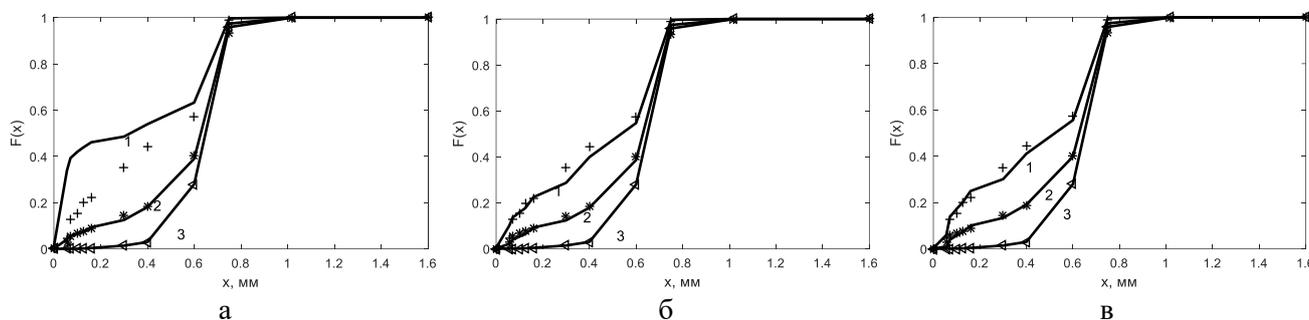


Рис. 2. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) гранулометрические составы продуктов измельчения в виде прохода через контрольное сито от размера этого сита при разном содержании кварцевого песка в бинарной смеси, %: 1 – 0; 2 – 40; 3 – 100; а – модель 1; б – модель 2; в – модель 3 согласно (3)

Fig. 2. Calculated (lines) and experimental (points) particle undersize distributions at different content of quartz sand in the binary mixture, %: 1 – 0; 2 – 40; 3 – 100; а – model 1; б – model 2; в – model 3 according to (3)

**Таблица**

**Проверка адекватности расчетной модели селективного измельчения для разных моделей усреднения размера частиц**

**Table. Verification of the computational model of selective grinding for different models of particle size averaging**

Параметры	Модель усреднения размера зерен фракции согласно (3)								
	Модель 1 $C_{R2}/C_{R1}=4,53$			Модель 2 $C_{R2}/C_{R1}=3,96$			Модель 3 $C_{R2}/C_{R1}=3,67$		
Содержание сахара / песка, %	0 / 100	40 / 60	100 / 0	0 / 100	40 / 60	100 / 0	0 / 100	40 / 60	100 / 0
Максимальная абсолютная погрешность	0	0,0545	0,2824	0	0,0581	0,0674	0	0,0462	0,0783
Среднее значение модуля погрешности	0	0,0148	0,0492	0	0,0151	0,0251	0	0,0149	0,0177

Проведенные исследования позволили разработать методику для определения энергетического показателя относительной измельчаемости смеси дисперсных материалов, которая включает следующие этапы:

1) Проведение тестовых испытаний на лабораторной установке исследуемых компонентов смеси для определения показателя относительной

измельчаемости (4) и нахождения энергии, необходимой для разрушения всех межмолекулярных связей (2).

2) Проведение в рамках апробированной модели [16] расчетных исследований для определения кинетики измельчения смеси разнопрочных компонентов и оценки возможной степени обогащения данных компонентов при их совместном измельчении.

3) Выбор оптимальных параметров процессов измельчения и классификации для максимального разделения компонентов. Принятие решения о целесообразности выбора наиболее приемлемой альтернативы схемных и режимных решений.

#### ВЫВОДЫ

Таким образом, проведенные исследования позволили разработать методику проведения расчетно-экспериментальных работ для оценки показателя измельчаемости дисперсных материалов. Соотношение показателей измельчаемости дисперсных материалов, определенные в ходе независимых экспериментальных исследований, использованы в расчетных исследованиях полупромышленной установки со струйной мельницей кипя-

щего слоя. Проведенный расчетный анализ показал, что методика с приемлемой для инженерных расчетов точностью может быть использована для описания процесса селективного измельчения смеси разнопрочных компонентов, что позволяет проводить оценку возможности обогащения компонентов и определять оптимальные условия технологического процесса разделения данных компонентов. Дальнейшее развитие разработанного подхода планируется проводить в направлении моделирования и расчета селективного измельчения смесей, состоящих из трех и более компонентов.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-08-00028А).*

*The reported study was funded by RFBR (project № 18-08-00028А).*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы. Под ред. О.С. Богданова. М.: Недра. 1982. 368 с.
2. **Касаткин А.Г.** Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: ООО ТИД "Альянс". 2005. 829 с.
3. **Дуда В.** Цемент. М.: Стройиздат. 1981. 464 с.
4. **Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S.** Simulation of Grinding: New Approaches. Ivanovo: ISPU Press. 2012. 108 p.
5. **Ante Munjiza** The Combined Finite-Discrete Element Method John Wiley & Sons. 2004. 350 p.
6. **Жуков В.П., Беляков А.Н.** Термодинамический подход к описанию измельчения истиранием частиц произвольной формы. *Вестн. ИГЭУ*. 2014. №4. С. 49-53.
7. **Беляков А.Н., Жуков В.П., Otwinowski H., Тупицын Д.В.** Анализ энергетической эффективности процесса измельчения на основе термодинамического подхода. *Вестн. ИГЭУ*. 2014. № 2. С. 54-59.
8. **Жуков В.П., Otwinowski H., Беляков А.Н., Urbaniak D.** Описание процессов измельчения и классификации сыпучих материалов на основе уравнения Больцмана. *Вестн. ИГЭУ*. 2011. № 1. С. 108.
9. **Коновалов В.И.** Техническая термодинамика. Иваново: ИГЭУ. 2005. 619 с. ISBN: 5-89482-360-9.
10. **Rahimi M., Riazi A.** On local entropy of fuzzy partitions. *Fuzzy Sets Syst.* 2014. 234. P. 97–108.
11. **Rahimi M., Assari A., Ramezani F.** A Local Approach to Yager Entropy of Dynamical Systems. *Int. J. Fuzzy Syst.* 2015. 18. P. 98–102.
12. **Жуков В.П., Мизонов В.Е., Беляков А.Н.** Обобщение кинетического уравнения Больцмана для описания совмещенных процессов измельчения и классификации. *Вестн. ИГЭУ*. 2013. № 6. С. 86-89.
13. **Жуков В.П., Беляков А.Н.** Моделирование совмещенных гетерогенных процессов на основе дискретных моделей уравнения Больцмана. *Теор. основы хим. технологии*. 2017. Т. 51. № 1. С. 78–84.
14. **Жуков В.П., Осипов Д.А., Otwinowski H., Urbaniak D.** Расчетно-экспериментальные исследования измельчения смеси разнопрочных компонентов. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2017. Т. 60. Вып. 6. С. 109–115.
15. **Жуков В.П., Осипов Д.А., Мизонов В.Е.** Энтропийное моделирование измельчения смеси разно-прочных компонентов твердого топлива. *Вестн. ИГЭУ*. 2017. № 6. С. 40–46. DOI: 10.17588/2072-2672.2017.6.040-046.

#### REFERENCES

1. Handbook of enrichment of ores. Preparatory processes. Ed. by O.S. Bogdanova. M.: Nedra. 1982. 368 p. (in Russian).
2. **Kasatkin A.G.** Basic processes and apparatuses of chemical technology. M.: Khimiya. 2005. 829 p. (in Russian).
3. **Duda V.** Cement. M.: Stroyizdat. 1981. 464 p. (in Russian).
4. **Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S.** Simulation of Grinding: New Approaches. Ivanovo: ISPU Press. 2012. 108 p.
5. **Ante Munjiza** The Combined Finite-Discrete Element Method John Wiley & Sons. 2004. 350 p.
6. **Zhukov V.P., Belyakov A.N.** Thermodynamic approach to the description of grinding by abrasion of particles of arbitrary shape. *Vestn. IGEU*. 2014. N 4. P. 49-53 (in Russian).
7. **Belyakov A.N., Zhukov V.P., Otwinowski H., Tupitsyn D.V.** Analysis of the energy efficiency of the grinding process based on the thermodynamic approach. *Vestn. IGEU*. 2014. N 2. P. 54-59 (in Russian).
8. **Zhukov V.P., Otwinowski H., Belyakov A.N., Urbaniak D.** Description of grinding processes and classification of bulk materials based on the Boltzmann equation. *Vestn. IGEU*. 2011. N 1. P. 108 (in Russian).
9. **Konovalev V. I.** Technical thermodynamics. Ivanovo. *IGEU*. 2005. 619 c. ISBN: 5-89482-360-9 (in Russian).
10. **Rahimi M., Riazi A.** On local entropy of fuzzy partitions. *Fuzzy Sets Syst.* 2014. 234. P. 97–108.
11. **Rahimi M., Assari A., Ramezani F.** A Local Approach to Yager Entropy of Dynamical Systems. *Int. J. Fuzzy Syst.* 2015. 18. P. 98–102.
12. **Zhukov V.P., Mizonov V.E., Belyakov A.N.** Generalization of the Boltzmann kinetic equation for the description of the combined processes of grinding and classification. *Vestn. IGEU*. 2013. N 6. P. 86-89 (in Russian).
13. **Zhukov V.P., Belyakov A.N.** Simulation of combined heterogeneous processes based on discrete models of the Boltzmann equation. *Teor. Osnovy Khim. Tekhnol.* 2017. V. 51. N 1. P. 78–84 (in Russian).
14. **Zhukov V.P., Osipov D.A., Otwinowski H., Urbaniak D.** Calculated and experimental studies of grinding a mixture of different strength components. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* 2017. V. 60. N 6. P. 109–115 (in Russian).
15. **Zhukov V.P., Osipov D.A., Mizonov V.E.** Entropy modeling of grinding a mixture of different-strength components of solid fuel. *Vestn. IGEU*. 2017. N 6. P. 40–46 (in Russian). DOI: 10.17588/2072-2672.2017.6.040-046.

16. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ «Определение условий эффективного разделения разнопрочных компонентов смеси» Заявка № 2017662987 от 13.12.2017, регистрация 2018611299 от 01.02.2018 года Авторы: Жуков В.П., Осипов Д. А. Дата публикации и номер бюллетеня: 01.02.2018. Бюл. № 2.
17. **Aristov V.V., Rovenskaya O.I.** Application of the Boltzmann kinetic equation to the eddy problems. *Comput. Fluid.* 2011. 50. P. 189-198.
18. **Wang Y., Peng F.** Parameter effects on dry ne pulverization of alumina particles in a uidized bed opposed jet mill. *Powder Technol.* 2011. 214. N 2. P. 269-277.
19. **Otwinowski H., Zhukov V., Wylecial T., Belyakov A., Górecka-Zbrońska A.** Research and modeling of processes in the fluidized bed opposed jet mill. *Techn. Sci.* 2014. V. 17. N 4. P. 381-390.
20. **Fukunaka T., Golman B., Shinohara K.** Batch grinding kinetics of Ethenzamide particles by fluidized-bed jet-milling. *Internat. J. Pharmac.* 2006. 311. P. 89-96.
16. Certificate of state registration of a computer program “Determination of conditions for effective separation of different components of a mixture”. Application No. 2017662987 from 12/13/2017, registration 2018611299 from 02/01/2018. Zhukov V.P., Osipov D. A. Date of publication and number of the newsletter: 01.02.2018. Bul. N 2 (in Russian).
17. **Aristov V.V., Rovenskaya O.I.** Application of the Boltzmann kinetic equation to the eddy problems. *Comput. Fluid.* 2011. 50. P. 189-198.
18. **Wang Y., Peng F.** Parameter effects on dry ne pulverization of alumina particles in a uidized bed opposed jet mill. *Powder Technol.* 2011. 214. N 2. P. 269-277.
19. **Otwinowski H., Zhukov V., Wylecial T., Belyakov A., Górecka-Zbrońska A.** Research and modeling of processes in the fluidized bed opposed jet mill. *Technic. Sci.* 2014. V. 17. N 4. P. 381-390.
20. **Fukunaka T., Golman B., Shinohara K.** Batch grinding kinetics of Ethenzamide particles by fluidized-bed jet-milling. *Internat. J. Pharmac.* 2006. 311. P. 89-96.

Поступила в редакцию 27.06.2018

Принята к опубликованию 03.08.2018

Received 27.06.2018

Accepted 03.08.2018